

이다연 · 장준혁 · 이인하 · 한상준 · 이주연 · 윤상원

AMC8 히치하이킹

A · M · C · 8 · H · I · T · C · H · H · I · K · I · N · G

Ver. 01



KGSEA
MATH
Circle

[AMC8 히치하이킹]

KGSEA Math Circle

Korean Gifted Students Evaluation Association

<http://www.kgsea.org>

Table of Contents

AMC8 경험자 선배들의 한마디	IV
AMC 참가 학생들에게 주고 싶은 조언	VI
내용 설명과 연습 문제	1
1단원: 방정식, 등식, 항등식	3
2단원: 연산, 분수/비율, 일과 일률	11
3단원: 약수와 배수, 날짜/요일, 긴 수 만들기, 정수론	27
4단원: 경우의 수, 확률	39
5단원: 통계, 물리 관련 개념들	51
6단원: 기하	57
7단원: 집합, 수열	73
8단원: 창의 문제	77
연습문제 답과 해설	95
각 단원 연습 문제 답	96
*1단원 연습 문제 답	96
*2단원 연습 문제 답	96
*3단원 연습 문제 답	96
*4단원 연습 문제 답	96
*5단원 연습 문제 답	96
*6단원 연습 문제 답	97
*7단원 연습 문제 답	97
*8단원 연습 문제 답	97
2단원 연습 문제 해설	98
3단원 연습 문제 해설	104
4단원 연습 문제 해설	109
5단원 연습 문제 해설	113
6단원 연습 문제 해설	115
8단원 연습 문제 해설	115

문제 해석하기	133
Ⅰ. 미국 문화 이해하기	134
Ⅱ. 헛갈리는 표현들	137
Ⅲ 꼭 알아야 할 수학 용어	140
출판을 앞두고	145
연습문제 영어 번역	149
*CHAPTER 1 PROBLEMS	150
*CHAPTER 2 PROBLEMS	153
*CHAPTER 3 PROBLEMS	159
*CHAPTER 4 PROBLEMS	163
*CHAPTER 5 PROBLEMS	168
*CHAPTER 6 PROBLEMS	171
*CHAPTER 7 PROBLEMS	177
*CHAPTER 8 PROBLEMS	178
답과 해설 영어 번역	188
CHAPTER 1 SOLUTIONS TO PROBLEMS	189
CHAPTER 2 SOLUTIONS TO PROBLEMS	191
CHAPTER 3 SOLUTIONS TO PROBLEMS	196
CHAPTER 4 SOLUTIONS TO PROBLEMS	200
CHAPTER 5 SOLUTIONS TO PROBLEMS	204
CHAPTER 6 SOLUTIONS TO PROBLEMS	206
CHAPTER 7 SOLUTIONS TO PROBLEMS	212
CHAPTER 8 SOLUTIONS TO PROBLEMS	213

AMC8 경험자 선배들의 한마디

한상준 군의 ‘AMC 8 시험을 볼 때 전해주고 싶은 말’

청심국제고등학교 2학년 한 상 준

email: hansang0282@naver.com

첫 번째, **수학에서 초치기는 성립하지 않는다.** 공식 하나 더 외운다고 시험 보기 바로 전에 난리를 피우+는 것 보다는 차분하게 자리에 앉아서 지금까지 자신이 갖고 닦은 수학적 지식을 다시 한번 곱씹어 보는 것이 더 효율적이다.

두 번째, 중학교 1학년이 보기에 AMC 8 시험은 시간이 별로 많지 않은 시험이다. 나는 AMC 8을 중학교 1학년 때 보았고, 그때 만점이 나왔다. 개인적으로 수학 문제를 풀 때 느긋하게 푸는 성격이라 처음에 천천히 풀기 시작했지만, 시험시간이 1분이 채 남지도 않았을 때에야 겨우 25번 문제의 해답을 알아낼 수 있었고, 운이 좋게도 풀었던 25문제 모두 맞췄다. **앞의 문제를 정확하게 하면서도 빨리빨리 풀어낼 수 있는 요령이 필요한 시험이다.**

세 번째, **시간의 분배가 매우 중요하다.** 1번부터 10번까지, 11번부터 20번까지, 21번부터 25번까지의 세 구간으로 나눈 뒤, 자신의 풀 수 있는 능력과 속도에 맞추어 시간을 배분하는 것은 고득점을 얻을 수 있는 비법이다. 뒤의 21번부터 25번 문제는 절대로 시간이 촉박할 때 풀 수 있는 문제들이 아니다. 한 문제당 5분의 시간을 할애해도 모자를 수도 있는 문제들이며, 물론 앞에서부터 배분한 시간대로 나아갈 수 있으면 좋겠지만 그렇게 하지 못했을 때 과감하게 뒤의 문제들을 위해 못 푼 문제를 넘어갈 수도 있어야 한다. **(시간의 분배를 위해서는 시계를 지참하는 것이 필수에 가깝다.)**

네 번째, **사전은 nice to have 이지, need가 아니다.** 앞에서 얘기했듯이, AMC 8 시험은 막 중학교에서 1년을 지낸 학생들에게 시간이 넉넉한 시험이 아니다. **그 상황에서 단어를 찾겠다고 사전을 찾는 것은 없는 시간을 내가 낭비하는 것과 같다.** 개인적으로 시험을 볼 때 모르는 단어가 나왔다는 것은 공부가 아직 덜 되어있다는 것을 의미한다고 생각한다. 많은 문제들을 풀어보았을 때 결국 돌고 도는 단어들을 모를 수 없는 법이고, 그 단어들을 모른다는 것은 문제를 풀어본 양이 부족하다는 것이며 고득점을 위한 노력이 부족했다는 것이다.

위 조언들이 도움이 되었으면 하는 바이다.

이인하 군의 ‘AMC 8 수험생들을 위한 한 마디’

한국의국어대학교부속 용인의국어고등학교 2학년 이인하
email: inha812@naver.com

AMC 8의 문제들은 그렇게 어렵다고 볼 수는 없지만, 한 순간의 실수로 큰 점수를 감점할 수 있어. 문제가 쉬운 것은 꼼꼼하고 섬세하게 문제를 푸는 친구들에겐 장점이 될 수 있지만, 집중력이 약한 친구들에겐 크나큰 Disadvantage로 작용할 수 있어.

AMC 8, 그리고 대부분의 미국 시험들은 난이도가 뒤로 갈수록 수직 상승하는 유형을 고수하고 있어. 앞 문제를 틀린다면, 뒤 문제들을 푸는 것이 유명무실해진다는 것이 내 생각이야. 개인적으로, 시간이 무한하다면 검토를 한두 번만 한다면 충분히 다 맞을 수 있는 문제임에도 불구하고, 익숙하지 않은 분위기와 턱없이 부족한 시간의 제약 때문에 만점을 받기 상당히 어려운 시험이라고 생각해.

또한, 난 AMC계열의 시험에서는 21번부터 25번 사이의 마지막 다섯 문제가 정말 관건이라고 생각해. 이 마지막 5문제가 가장 중요한 변수인 이유는, 앞의 문제들이 너무 쉽기 때문이야. 대개 간단한 이차방정식을 묻는 1번 문제부터 볼 땐, 얼핏 긴장이 풀려 “꼼꼼히 푼다”는 생각에 시간을 많이 보낼 수 있는데, 20번대 문제를 볼 때부터 생각이 달라지는 것을 확실히 느낄 수 있어. 하지만, 그런 생각을 하면서 뒤부터 푸는 한국 학생들이 몇몇 있는데, 절대, 절대 그런 방법을 취하면 안돼. 근데 잠깐, 내가 아까 말한 AMC의 특징과 사뭇 반대되지? AMC는, 최고의 집중력을 잃지 않고 최대 시간 동안 그 페이스를 잃지 않는 것이 중요하기 때문이야.

그리고, 시간의 제약과 더불어, 주변 분위기를 말하자면, 주변 학생들이 빠르게 페이지를 넘기는 것을 보면서, 긴장과 함께 애가 타기 시작할 수 있는 데, 한국 학생들은 이럴 때 뒤부터 푸는 우를 범한다고 했지? 게임처럼 생각해보자. 게임을 하는 데, 무리해서 높은 레벨의 상대와 맞서는 것 보다, 낮은 레벨의 상대부터 차근차근 하는 것이 정석이자 유일한 해결책이야. 의외로 문제의 흐름을 타기 시작하면, 문제들이 그렇게 어렵게만 보이지는 않을 거야.

마지막 조언을 하나 하자면, 선택과 집중을 하자. AMC라는 시험을 접하게 된지 4년째 되는 데, 나도 뒤 문제들을 풀면서 막히는 경우가 있어. 그럴 때, 페이스를 놓치고 그 문제에 열중하는 것 보다는, 차라리 깨끗하게 다음 문제로 넘어가는 것이 낫다고 생각해. 몇 번 위에 언급했지만, AMC는 시간 부족으로 시험을 잘 보지 못하는 경우가 태반이야. 문제를 모두 한번씩 보기도 힘든데, 중간에 한 문제에 십 분, 이십 분 쓰는 것이 길게 볼 때 이득일까? 그렇지 않아. 꼭 만점을 받아야 한다는 부담감에서 떠나, 문제의 흐름과 시험의 흐름을 완벽하게 파악하고 그에 맞추어 푸는 것이 중요해.

AMC 참가 학생들에게 주고 싶은 조언

-KGSEA Math Circle

1. 문제 유형별 접근법 알기
2. 적절한 시간 배분
3. 컨디션 조절
4. 영어로 된 수학 용어 정리
5. 실수 없게 꼼꼼하게 풀고 검토하기

윤상원 (sangwon38383@naver.com)

문제 유형별로 접근법을 정리해 두고, 시험장에 가서는 막연하게 문제를 푸는 것이 아니라 미리 연습했던 방법들에 하나씩 넣어본다고 생각하면서 문제를 풀어보라고 조언해주고 싶습니다.

한상준 (hansang0282@gmail.com)

자신만의 시간배분이 필요합니다. 뒷부분으로 갈수록 문제가 어려워 지는데, 마지막에 가서 시간이 없으면 오히려 조급함에 문제가 잘 안풀리기 때문에 꼭 여러번의 모의 시험을 통해 시간배분을 확실하게 하고 가야 된다고 알려주고 싶습니다.

장준혁 (edwardjh@naver.com)

우선 마음을 차분히 하고 컨디션을 좋게 유지하는 것이 가장 중요하다고 생각합니다. 실제로 AMC를 보다가 컨디션이 좋지 않으면 집중이 잘 되지 않는 점을 생각했을 때, 몸 상태를 좋게 유지하는 것이 가장 좋을 것입니다.

이다연 (leedygood7@gmail.com)

AMC 같은 경우는 영어로 진행되는 시험이기 때문에, 한국 학생들이라면 문제를 이해하는 데에 어려움을 겪는 경우가 종종 있을 수 있습니다. 하지만 충분히 풀 수 있는 문제임에도 불구하고 문제의 뜻을 이해하지 못해 문제를 풀지 못하는 것은 본인 스스로에게도 너무 아쉬운 경험이 될 것이기에, 시험을 보기 전에 영어로 된 문제를 풀어보는 연습을 하여 모르는 용어들을 정리하면 많은 도움이 될 것입니다.

이인하 (inha812@gmail.com)

AMC는 다른 경시대회와 비교해보았을 때 상당히 쉬운 축에 속합니다. 따라서 물론 근본적인 수학 실력도 중요하겠지만, 시험 당일의 시간 배분과 좋은 컨디션이 중요한 역할을 한다고 말할 수 있습니다. 시험을 보는 75분동안 딱 집중하여 실수 없이 시험을 마무리할 수 있었으면 좋겠습니다.

이주연 (juyoun9595@gmail.com)

AMC8은 10과 12와는 달리 blank에 대해서 가산점을 주지 않기 때문에 최대한 많은 문제를 풀려고 하는 것이 중요하고 모르는 문제도 찍고 나와야 합니다 이때 무턱대고 찍기보다는 나올 수 있는 답의 범위를 대충이나마 보거나 특정수의 배수가 될 수 밖에 없음을 알아서 몇몇 보기를 제외하여 정답률을 높이는 것도 중요합니다 그리고 아직 영어 문제 및 수학용어에 익숙하지 않으신 분들은 사전을 반드시 지참하시기 바랍니다 AMC문제에는 한 단어를 모르면 완전히 풀이 방향을 잘못 잡을 수 있기 때문입니다

[내용 설명과 연습문제]

Concept Explanations and Problems

{ 방정식, 등식 }
항등식

윤상원 Sang Won Yoon

sangwon38383@naver.com

등식

등식은 ‘등호(=)를 가진 식’의 줄인 말이야. 등식은 좌변, 우변, 등호로 구성되는데, 등호(=)는 그것의 왼쪽, 오른쪽의 값이 같음을 나타내는 기호이고, 등호의 왼쪽에 있는 문자, 부호, 상수로 이루어진 식을 가리켜 ‘좌변’이라고 하고, 등호의 우측에 있는 문자, 부호, 상수로 이루어진 식을 가리켜 ‘우변’이라고 해. 여기서 ‘상수’는 문자가 아닌, 값이 정해진 수를 말해. 예를 들어 $3x + 7 = 5x + 8$ 이라는 식이 있다고 보면 $3x + 7$ 은 좌변, $5x + 8$ 은 우변이지.

등식에는 기본적인 성질이 몇 가지 있어. 다음 성질들을 기억하도록 하자!

$$A = B \text{ 이면 } A + M = B + M$$

$$A = B \text{ 이면 } A - M = B - M$$

$$A = B \text{ 이면 } A \times M = B \times M$$

$$A = B \text{ 이면 } 0 \text{이 아닌 } M \text{에 대해서 } \frac{A}{M} = \frac{B}{M}$$

등식은 크게 두 가지로 나눌 수 있어. 바로 방정식과 항등식이야. 항등식은 어느 경우에도 성립하는 등식을 말해. 반대로 방정식은 특정한 경우에만 성립하는 등식을 말해. 예를 들어 $5x = 5x$ 가 항등식이라면 $5x = 5$ 는 $x=1$ 일 경우에만 성립하기 때문에 방정식이야.

1. 항등식

항등식이 나오는 문제의 풀이는 퍼즐을 맞추는 과정과 같아. 항등식은 언제나 성립해야 하기 때문에, 양 변에서 같은 차수의 항은 계수도 항상 같거든. 여기서 차수는 문자에 붙는 지수, 계수는 문자 앞에 곱해지는 상수야. 말이 조금 어렵지? 항등식의 꼴을 정확히 보여줄게.

$$a_n x + a_{n-1} x + \dots + a_2 x + a_1 = b_n x + b_{n-1} x + \dots + b_2 x + b_1 \text{ 이란 항등식에서}$$

$$a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \dots, a_2 = b_2, a_1 = b_1$$

이런 항등식의 풀이에는 주로 두 가지 방법을 사용해. 바로 ‘계수비교법’과 ‘수치대입법’이야.

우선, 계수비교법에 대해서 알아보자. 계수비교법은 같은 차수의 항, 그러니까 동류항을 모두 정리한 뒤에 사용하는 방법이야. 이렇게 되면 모든 항의 계수가 같아지게 되니까, 계수를 하나하나 비교해서 식을 완성시키는 거지. 예를 들어 $3x + B = AX + 3$ 이 항등식이라면 $A = 3$, $B = 3$ 이라는 걸 쉽게 알 수가 있어.

다음으로 수치대입법은 ‘항등식은 어떤 수를 문자에 대입해도 성립한다’는 성질을 이용한 방법이야. 이 방법을 사용한 풀이에서는 항등식이 주어졌을 때 이 방법을 사용하려면 미지수로 된 계수의 개수만큼 수를 대입해. 예를 들어서 $4x^2 + ax + b = cx^2 + 3x + b$ 라는 식에서는 모르는 계수가 3개 있으니까 x 에 서로 다른 3개의 숫자를 대입을 해보는 거야.

2. 방정식

방정식은 항등식과 달리 특정한 조건에서만 성립하는 식을 말한다고 했던 것 기억나지? 등식에서 항등식을 제외한 모든 식들이 방정식이라고 할 수 있어. 방정식의 특징은 변수가 있는데, 항등식처럼 모든 항의 계수가 같지 않다는 점이야.

n 차 방정식은 차수가 가장 높은 항, 즉 최고 차항의 차수가 n 인 방정식이야. 가령 1차 방정식은 최고 차항이 1차 항이라는 뜻이야. $7x + 3 = 9$ 가 1차 방정식의 한 예지. $9x^3 + 6 = 10$ 은 마찬가지로 삼차 방정식이라고 불러.

AMC8에서 출제되는 방정식 문제는 주로 단순한 일차방정식인데, 일차방정식의 해법은 아주 간단해. 좌변, 우변 중 하나를 택해서 미지항 (문자가 포함된 항)을 정리한 뒤, 나머지 변에 상수를 정리해 여기서 양 변에 각각 미지항, 상수항을 정리하는 과정을 ‘이항’이라 하는데, 이 때 좌변에 있던 항을 우변으로 보낼 때나, 우변에 있던 항을 좌변으로 보낼 때 부호가 바뀐다는 것을 기억해야 돼! 그 다음으로, 양 변을 미지항의 계수로 나누면 해를 구할 수가 있어.

한 번 예를 들어볼게. $4x + 7 = 3 + 2x$ 를 풀어보자.

$$4x + 7 = 3 + 2x$$

$$4x - 2x = 3 - 7$$

$$2x = -4$$

$$\text{따라서, } x = -2$$

연립방정식은 변수가 여러 개인 여러 개의 방정식이야. AMC 8 문제 중에서 쉬운 연립방정식 문제의 경우에는 가 변수가 2개, 어려운 경우에는 변수가 3개까지 나와. 연립방정식의 풀이에는 가감과 대입이라는 두 가지 방법이 있어.

‘가감’은 두 식에서 한 문자를 소거하는 방법이야. 두 식에 각각 특정한 수를 곱해서 한 문자의 계수를 통일한 다음 하나의 식에서 다른 식을 빼는 방법이야.

예를 들어 두 방정식 $2x + 3y = 6$ 과 $3x + 4y = 10$ 이 주어진 연립방정식의 경우, 처음 식 양 변에 3을 곱하고, 둘째 식 양 변에 2를 곱하면 $6x + 9y = 18$, $6x + 8y = 20$ 이 돼. 여기서, 앞 식에서 뒤 식을 빼면 $y = -2$ 임을 알 수 있지. 물론 이 값을 두 식 중 하나에 넣어 보면 x 도 구할 수 있고.

그 다음 ‘대입’은 한 식을 특정 문자에 관해 정리한 뒤 다음 식에 넣는 방법이야. $2x + y = 3$, $3x + 2y = 8$ 이라는 식이 있으면 첫 번째 식을 $y = 3 - 2x$ 로 정리하고, 그걸 $3x + 2y = 8$ 에 대입하는 거지. 이 경우, 대입을 하면 $3x + 2(3 - 2x) = 8$ 이 되지? 이것을 정리하면 $-x = 2$, 즉 $x = -2$ 라는 결과를 얻을 수가 있어. 식이 3개 이상일 경우에는 둘씩 짝지어 생각하면 어렵지 않게 해결할 수 있지.

단, 한 가지 팁을 주자면 식의 개수가 적어도 문자의 개수 이상이어야 연립방정식을 풀 수가 있어. 그렇지 않다면 식을 잘못 세웠거나 다른 방법을 찾아봐야 하는 경우일거야.

간단한 수열

AMC8 에서 다루어지는 수열 문제는 단순한 편이야. 주로 등차수열과 등비수열에 관한 문제가 나오는데, 복잡한 공식을 암기할 필요는 없고, 수열의 기본 성질만 숙지하면 문제가 없도록 되어 있어.

우선, 등차수열을 살펴보자. 등차수열은 이웃하는 항의 차가 일정한 수열이야. 다른 말로 n 번째 항에서 $n-1$ 번째 항을 뺀 값이 일정한 수열이지. 예를 하나 들자면 $1, 4, 7, 10 \dots$ 는 등차수열이야. 여기에서 각 항의 차이는 3 이지. 이것을 ‘공차’ 라고 해.

그 다음으론 등비수열이 있어. 등비수열은 이웃하는 항의 비가 일정한 수열이야. 즉, n 번째 항을 $n-1$ 번째 항으로 나눈 값이 일정한 수열이지. 이것도 예를 하나 들자면 $1, 2, 4, 8, \dots$ 은 등비수열이야. 여기에서 각 항의 비는 2 인데, 이것을 ‘공비’ 라고 해.

AMC8 의 수열 문제들은 주로 수열의 처음 몇 항까지를 주고 다음 항을 묻는 유형이야. 문제를 보는 순간 어떤 종류의 수열인지 먼저 파악해야 해. 대부분 간단한 논리로도 해결 할 수가 있지만 혹시 모르니, 두 수열에 관한 공식을 적을게.

등차수열

n 번째 항을 a_n 이라 하고, 공차를 d 라 하면

등차수열의 각 항의 꼴 (일반항) $a_n = a(n-1) + d$

등차수열의 n 항까지의 합을 s_n 이라고 하면

$$s_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

등비수열

n 번째 항을 a_n 이라 하고, 공비를 r 이라 하면

등비수열의 각 항의 꼴 (일반항) $a_n = a_1 \times r^{n-1}$

등비수열의 n 항까지의 합을 s_n 이라 하면

$$s_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

*1단원 연습 문제

1. $3x + 7y = 15$, $4x + 2y = 20$ 일 때, x 와 y 의 값을 구하여라
2. $a + b + c = 4$, $a + 2b + 3c = 7$, $a + 4b + 7c = 28$ 일 때, a, b, c 의 값을 구하여라.
3. $X = 3x + 2y$, $Y = 4x + 9y$ 이다. $7x + 8y$ 를 x 와 y 로 나타내어라.
4. 올해 아버지의 나이는 49세, 아들의 나이는 13세이다. 몇 년이 지나야 아버지의 나이가 아들의 나이의 3배보다 2살 적게 되는가?
5. 5% 의 소금물 200g 이 있다. 몇 g 의 물을 증발시키면 10% 의 소금물이 되는가?
6. 상원이가 학생들에게 복숭아를 나누어주는데 3개씩 나누어 주면 8개가 남고 4개씩 나누어 주면 5개가 모자란다. 이때, 복숭아의 개수를 구하여라.
7. 청솔국제고등학교에 전체 학생 수가 작년에는 남녀를 합하여 1800명 이었다. 그런데 올해에는 작년에 비하여 남학생은 8% 증가하고, 여학생은 5% 감소하여 전체적으로는 14명이 늘었다. 이 학교의 올해의 여학생 수는 몇인가?
8. 다리가 4개인 A 의자와 다리가 3개인 B 의자가 합하여 20개가 있다. 의자의 다리가 모두 67 개 일 때, A 의자의 개수는 몇 개인가?

9. 어떤 일을 하는데 상준이는 10일 다연이는 15일이 걸린다고 한다. 상준이와 다연이가 함께 일한다면 일을 마치는데 며칠이 걸리는가?
10. 어떤 물건에 원가의 40%의 이윤을 붙여 정가를 매겼더니 물건이 안 팔려서, 원래 가격에서 100원을 할인해 팔았더니 200원씩의 이윤이 남았다. 이 물건의 원가는 얼마인가?
11. 준혁이는 어떤 다항식에서 $3x-1$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $2x+3$ 이 되었다. 바르게 계산한 식을 구하여라.
12. $A=6x+3y$, $B=-x+2y$ 일 때, $3A+2(A-B)$ 를 x, y 를 사용하여 나타내어라.
13. 주연이에게 용돈이 x 원 있었는데 1000원 하는 공책을 산 후 남은 돈은 처음 돈의 $\frac{1}{2}$ 배였다. 처음 용돈의 액수 x 는 얼마인가?
14. 어떤 다항식에 $x-5$ 를 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 $2x+1$ 이 되었다. 이때, 바르게 계산한 식에서 일차항의 계수를 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?
15. 어떤 식에서 $-2x-7$ 을 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-3x-11$ 이 되었다. 이 식을 A 라 하고 바르게 계산한 식을 B 라 할 때, $A-2B$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

16. 길이가 20cm 인 양초가 1 분에 $x\text{ cm}$ 씩 일정한 속력으로 타고 있다. y 분이 지났을 때 남은 양초의 길이를 x, y 를 사용한 식으로 나타내고, $x=0.4, y=15$ 일 때, 남은 양초의 길이를 구하여라.
17. 두 다항식 A, B 는 x 에 대한 일차식이다. 다항식 A 는 x 의 계수가 -3 이고, 다항식 B 는 상수항이 -4 이다. $A+B=5x+6$ 일 때, $A-2B$ 를 간단히 하여라.
18. 프로 농구 경기에서 어느 팀이 4 쿼터 동안 모두 102점을 얻었다. 그 중에 48점은 1 쿼터와 2 쿼터에서 얻은 점수이다. 4 쿼터에서 얻은 점수가 3 쿼터에서 얻은 점수의 2배일 때 이 팀의 3 쿼터에서 얻은 점수를 구하라.
19. 오페라 극장의 주인인 유령은 남자 관객에게 4원, 여자 관객에게 2원의 입장료를 받는다. 오늘 입장한 관객의 수가 15명이고 총 입장료가 46원이라면 남자와 여자 관객은 각각 몇 명이겠는가?
20. 어떤 수에 15 를 더하면 그 수의 5배보다 3만큼 크다고 할 때, 어떤 수를 구하여라.
21. 10%의 소금물 400g 에서 소금물을 한 컵 퍼내고 퍼낸 소금물의 양만큼의 물을 부은 다음 다시 5%의 소금물을 넣었더니 8%의 소금물 500g 이 되었다. 처음 컵으로 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

{ 연산, 분수/비율 }
일과 일률 }

이주연 Juyon Yi
juyoun9595@naver.com

연산(Calculation)

연산은 식이 나타낸 일정한 규칙에 따라 계산하는 거야. 우리가 잘 알고 있는 사칙연산을 생각하면 와 닿지? 사칙연산은 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 이르는 말이고, 일반적으로 연산은 사칙연산을 바탕으로 하고 있어.

연산은 워낙 기본적인 부분이라서 그런지 이때까지 출제가 많이 됐어. 하지만 쉬운 문제들이 대부분이긴 하지. 주로 1 번부터 10 번까지의 쉬운 파트에 출제가 많이 됐어. 하지만 연산을 알보다가는 고득점을 쟁취하는 데 어려울 수 있어. 연산은 AMC8 기출문제를 많이 풀어보고 계산실수를 줄이기만 한다면 별 문제가 없을 거야.

예: AMC 8 2004 년도 10 번 문제

가우스 기호(Gauss' notation)

가우스 기호란 실수 x 에 대해서 x 를 넘지 않는 최대 정수를 말해. 말이 좀 어렵지? 한번 예를 들어볼게.

$$[100] = 100$$

$$[2.5] = 2$$

$$[\pi] = 3$$

쉽게 생각하면 소수점을 뺀다고 생각하면 되겠지. 그리고 정수는 그 자체가 자신을 넘지 않는 최대 정수이기 때문에 위에서 100 처럼 그대로 괄호를 벗겨서 써주면 돼.

하지만 소수점을 떼서 생각하는 것은 양수일 때만 가능해. 음수인 경우에는 좀 더 신중해야 해. 음의 정수는 양의 정수나 0 과 마찬가지로 그대로의 값을 가지지만, 음수 중 정수가 아닌 수들은 그것보다 작은 최대의 정수를 찾아야 하기 때문에 소수점을 떼는 것으로 그치지 않고, 1 을 더 빼야 해. 예를 들어보면 이해가 잘 될 거야.

$$[-100] = -100$$

$$[-2.5] = -3$$

$$[-\pi] = -4$$

어때, 가우스 기호가 뭔지 알겠지?

예: AMC 8 2004 년도 3 번 문제

가우스 기호는 일반적으로 소수점 아래를 없애버리면 되지만,
정수가 아닌 음수일 때는, 거기에다가 다시 1 을 빼줘야 해!

복합연산 (연산기호)

복합연산이란 우리가 흔히 사용하는 연산자들을 이용한 게 아니라 각 문제에서 새롭게 정의한 연산기호를 이용해서 연산하는 것을 말해.

각각 문제에서 새롭게 정의하는 연산이기 때문에 기존에 쓰이던 기호들과 비슷하게 생겼다고 해서 순간 착각할 수가 있으니 조심해야 해. 평소에 쓰는 사칙연산 기호 같은 경우도, 그 문제에 대해서 새로 정의하기만 하면 다른 연산을 나타내는 것일 수도 있으니까 착각하지마. 예를 들어서, 어떤 문제에서 ‘+’를 뺄셈 기호라고 하자고 하면 그 문제에 대해서는 뺄셈기호인 거야. 하지만, 전반적으로 AMC8에서는 그렇게 어렵게 출제되지 않는 부분이어서 문제에 제시된 대로 실수만 안하고 풀면 쉬워.

예: AMC 8 2001 년도 12 번 문제

분수(Fraction), 비율(Ratio)

분수란 정수 a 를 0 이 아닌 정수 b 로 나눈 몫을 $\frac{a}{b}$ 로 표시한 걸 말해. 비율은 기준량에 대한 비교하는 양의 비를 소수로 나타낸 것을 말해. 여기서 중요한 내용은 분모에는 절대로 0 이 올 수 없다는 거야. 이 내용들은 많이 배웠으니 잘 알 거라고 믿어.

두 부분 모두 전체의 양에 대한 특정 양의 관계를 잘 파악하는 것이 필요해. 아무리 복잡하게 나온 문제라도 그것만 파악한다면 별 무리 없이 풀 수 있을 거야. 또, 일부분의 패턴이 전체적으로 반복이 된다면 그 일부만 잘 파악해서 문제를 풀 수 도 있을 거야.

예: AMC 8 2004 년도 22 번 문제

일(Work)과 일률(Power)

물리에서, 힘을 가했을 때 그 방향으로 움직임이 있으면 일을 했다고 하고, 에너지가 사용되거나 변환되는 속도(변화율)를 일률이라고 해. 그런데, 수학에서 다루는 일과 일률은 조금 달라. 일상생활에서 하는 집안일, 공부, 페인트칠 등을 일이라고 보고, 기계나 사람이 그 일을 하는데 있어서 걸리는 단위 시간당 한 일을 일률이라고 해.

$$P(\text{일률}) = \frac{W(\text{일})}{t(\text{걸린시간})}$$

$$W(\text{일}) = P(\text{일률}) \times t(\text{걸린시간})$$

예를 들어서, Amy와 Bob이 같이 500페이지의 책을 읽는데, Amy는 하루에 50페이지씩 읽을 수 있고, Bob은 책을 다 읽는데 20일이 걸린다고 하자. Amy의 책 읽는 일률이 50(페이지/하루)이므로, 다 읽는데 10일이 걸려. 한편, Bob은 책을 다 읽는데 20일이 걸린다고 했으니까 일률이 $\frac{500}{20} = 25(\text{페이지/하루})$ 라고 할 수 있어.

보통 AMC8에서는 복잡한 일률 문제보다는 간단한 분수방정식을 세우면 풀 수 있는 문제들이 나오니까 그렇게 걱정은 안 해도 돼. 핵심은 일이 얼마인지, 걸린 시간은 얼마인지 정확하게 파악하는 거야. 그런데, 내가 위에서 보여준 예제에서는 일의 양이 정확히 나와있었지만, 일의 양이 정확하게 나오지 않거나 계산하기 복잡하게 나오는 경우가 있어.

예를 들어서 방을 페인트칠 하는 일이 있는데, A는 3시간이 걸리고, B는 5시간이 걸릴 때, A와 B의 일률의 비를 구해보자. 이때, 전체 일은 2가지로 잡아볼 수 있어. 첫 번째는 전체 양을 무조건 1로 잡는 거야. 이때는 $(\text{일률}) = \frac{1}{(\text{시간})}$ 이기 때문에 걸린 시간의 역수 비로 구하면,

$$A:B = \frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 5:3 \text{ 이지.}$$

전체 일을 설정하는 다른 방법은 걸린 시간들의 최소공배수로 설정하는 거야. 위의 예에 적용시켜보면, 3과 5의 최소공배수인 15를 일의 양으로 설정하면, $A:B = \frac{15}{3} : \frac{15}{5} = 5:3$ 이 되는 거지. 이 방법의 장점은 분수의 처리가 쉽다는 점이야. 최소공배수의 성질상, 약분이 되기 때문에 계산이 편해. 하지만, 최소공배수가 너무 크면 그걸 계산하는 게 더 귀찮아지니까, 그럴 때는 첫 번째 방법을 쓰도록 해.

또, 주의해야 할 점은 한 사람이 한 일을 계속 하는 것이 아니고, 서로 이어서 하거나, 동시에 하는 경우에는 분수식이 조금 복잡할 수도 있다는 거야.

곱셈(Multiplication), 역수(Reciprocal)

곱셈은 잘 알고 있듯이 사칙연산 중 하나로 같은 수 몇 개를 더하는 것과 같은 결과를 얻을 수 있는 연산 법이야. 곱셈에는 교환법칙($ab = ba$)과 결합법칙($(ab)c = a(bc)$) 및 배분법칙($a(b+c) = ab + ac$)이 성립해. 특히, 실수 a 에 대해서 0 과의 곱셈 결과는 모두 0, 즉 $a \times 0 = 0 \times a = 0$ 이야.

역수 $\frac{1}{a}$ 는 0 이 아닌 실수 a 에 대해서 1 을 a 로 나눈 것을 뜻해. 아직 배웠는지는 모르겠지만 실수 전체 집합에서 곱셈에 대한 역원으로도 설명할 수 있어. 실수 전체 집합에 대해서 곱셈의 항등원은 1 이야. 이 때, 실수 a 에 대한 역원은 곱해서 1 이 되는 $\frac{1}{a}$ 이지.

곱셈과 역수는 그 자체만으로는 문제가 잘 출제되지 않아. 그래서 기본적인 내용은 숙지하고, 다른 개념들, 이론들과 같이 적용해서 문제를 풀어야 해.

예: AMC 8 2000 년도 2 번 문제

거꾸로 계산하기(역연산, Inverse Operation)

역연산이란 거꾸로 계산한다는 말이야. 뭔가 어려울 것 같다고 겁먹을 필요 없어. 보통의 문제들이 처음에 숫자를 주어주고 여러 가지 변화를 줘서 마지막에 답을 구하는 형식인 것에 비해, 역연산은 그 반대로, 처음에 숫자를 주어주지 않고 맨 마지막 숫자를 주어주는 경우를 말해. 어떤 문제에는 중간에 숫자를 주기도 하는데, AMC8 기출 문제를 봤을 때 그런 문제는 거의 나오지 않는 것 같아.

거꾸로 계산하는 문제를 풀 때 가장 중요한 점은 문제 초반에 상수 값으로 주어지지 않은 것을 x 와 같은 미지수를 놓는 거야. 일단 미지수를 정해놓고 나면 문제를 차근차근 따라가면서 수식을 써내려 가봐. 그럼 몇 개의 방정식 또는 부등식이 세워질 텐데, 그것들을 차근차근 풀어나가면 돼. 방정식과 부등식을 푸는 방법은 1 단원에서 배웠지? 미지수를 놓는 것만 주의하면 문제 없을 꺼야!

예: AMC 8 2009 년도 1 번 문제

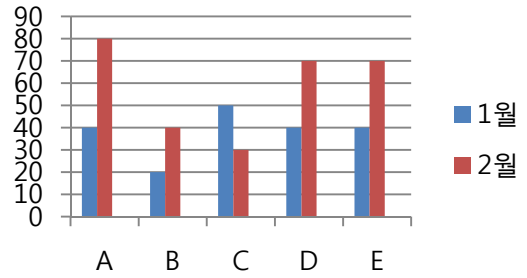
*2 단원 연습 문제

- 주연이는 babysitting 을 해서 용돈을 벌기로 했다. 하루에 \$10 를 받는데, 3 일을 일했고, 팁으로 \$5 를 받았다. 주연이는 총 얼마를 벌었는가?
(A) \$20 (B) \$25 (C) \$30 (D) \$35 (E) \$40
- 1 개에 \$1.3 인 쿨을 7 개를 사려고 한다. 돈을 지불할 때 \$1 짜리 지폐를 최소 몇 장 내야 하는가? (단, 내는 돈은 지불해야 하는 가격을 초과할 수 없다)
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13
- 자동차에 주유를 했다. 이 차는 1km 를 달리는데 1L 를 소비한다. 처음에 10km 를 달렸다가 25L 를 더 주유한 뒤 집까지 53km 를 달렸더니 기름을 다 썼다. 처음에 얼마나 주유를 했는가?
(A) 36L (B) 37L (C) 38L (D) 39L (E) 40L
- $a \blacksquare b = ab - a + b$ 라 할 때, $(2 \blacksquare 7) \blacksquare 1 = ?$
(A) 0 (B) 1 (C) 19 (D) 23 (E) 39
- 오케스트라 공연을 위해서 홍보 포스터 500 장을 만들어야 한다. 상준이는 1 시간에 50 장을 만들고, 준혁이는 1 시간에 75 장을 만든다. 둘이서 동시에 만든다면 몇 시간 만에 만들 수 있는가?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

6. $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100 \times 101}{5 \times 6 \times 7 \times \dots \times 100 \times 101 \times 102}$ 의 값은?
- (A) $\frac{1}{17}$ (B) $\frac{4}{17}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{8}{33}$ (E) $\frac{24}{101}$
7. 상준이는 미국에 가기 위해서 인천공항에 갔다. 짐은 2 개를 들고 갔는데, 하나는 42kg 의 캐리어고, 나머지 하나는 18kg 배낭이다. 캐리어가 배낭보다 m 배 더 무겁다고 할 때, $[m] = ?$
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
8. 인하는 할아버지와 할머니께 각각 용돈으로 \$10, \$16 를 받았다. 그는 동생에게 받은 용돈의 일부분을 쥐서, 둘은 같은 양의 용돈을 갖게 되었다. 지금 인하는 용돈을 얼마나 갖고 있는가?
- (A) \$5 (B) \$8 (C) \$13 (D) \$14 (E) \$16
9. 사과가 몇 개 있었는데 반은 어제 먹었고, 오늘은 3 개 먹었다. 내일 11 개 먹은 후 원래 사과의 $\frac{1}{3}$ 만큼 남아있으려면 원래 사과는 몇 개였는가?
- (A) 21 (B) 28 (C) 42 (D) 63 (E) 84
10. $\frac{1 \times 2}{100 \times 99} \times \frac{3 \times 4}{98 \times 97} \times \frac{5 \times 6}{96 \times 95} \times \dots \times \frac{97 \times 98}{4 \times 3} \times \frac{99 \times 100}{2 \times 1} = k$ 라고 할 때, k^2 의 값은?
- (A) 1 (B) 4 (C) 9 (D) 25 (E) 64

11. 오른쪽은 1 월과 2 월의 상대적 치킨 판매량을 나타낸 그래프다. $\text{Max}(X)$ 은 X 의 1 월, 2 월 판매량 중 작지 않은 것을 나타낸다고 하자.

$$\frac{\text{Max}(A) \times \text{Max}(E)}{\text{Max}(B) \times \text{Max}(D)} = ?$$



- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 2 (C) $\frac{4}{5}$
 (D) 1 (E) $\frac{1}{2}$

12. 그 역수보다 작거나 같은 양의 실수 중에서 최대인 것은?

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{2}{3}$ (D) 2 (E) 3

13. 주연이가 Peanut Butter Jam 을 사려고 마트에 갔더니 가격이 작년보다 올해 40% 상승해서 사지 않으려 했다. 그런데 마트에서 1+1 으로 판매하여 구입하게 되었다. 작년 가격보다 몇 퍼센트 할인된 가격에 산 것인가?

- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 30

14. 다연이가 저금통을 뜯어봤더니, 개수로 500 원짜리 동전이 20%, 100 원짜리 동전이 70%, 50 원짜리 동전이 10% 있었다. 이 때, 액수로 100 원짜리 동전은 전체 금액의 몇 퍼센트를 차지하고 있는가?

- (A) 40% (B) 42% (C) 44% (D) 45% (E) 46%

15. 엄마는 아이가 책을 한 권 읽으면 사탕 하나씩 주기로 한다. 7월 7일부터 7월 15일까지 읽는데, 짝수 날에는 $\frac{1}{3}$ 권씩 읽고, 홀수 날에는 $\frac{3}{4}$ 씩 읽는다. 아이는 사탕을 몇 개 받을 수 있는가? (단, 한 권을 모두 읽어야지 그 책에 대한 사탕을 받을 수 있다.)

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16. $\frac{2^5}{4^1} \times \frac{2^6}{4^2} \times \dots \times \frac{2^{10}}{4^6} = 4^m$ 일 때, $m = ?$

(A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) 3

17. 주연이는 300 단어를 외우기로 결심했다. 첫날은 24 개를 외웠지만 매일매일 그 전날보다 한 개씩 적게 외웠다. 몇 일만에 다 외우겠는가? (단, 단어는 까먹지 않는다고 가정한다.)

(A) 22 일 (B) 23 일 (C) 24 일 (D) 25 일 (E) 26 일

18. 상원이의 블로그에는 많은 사람들이 방문을 하는데, 2012 년에는 그 중 20%가 검색을 통해서 방문했다. 또한 그 중 45% 가 ‘경제학’이라는 단어를 검색하여 방문한 것이라고 할 때, 2012 년에 상원이의 블로그 방문자 2 천 명 중 ‘경제학’이라는 단어를 검색해서 블로그에 방문한 사람의 수는?

(A) 175 (B) 180 (C) 200 (D) 205 (E) 220

19. 다연이는 Dropbox 에 있는 자료들 중 35KB 크기의 사진 10 개와 50KB 용량의 문서 8 개를 지웠더니 160KB 만큼의 자료가 남았다. 삭제하기 전 원래의 자료는 몇 KB 였는가?

(A) 880 KB (B) 910KB (C) 950KB (D) 960KB (E) 965KB

20. DNA 에서 염기들은 쌍을 이루며 수소결합을 한다. A(아데닌)과 T(티민)은 이중 수소결합을 하고, G(구아닌)과 C(사이토신)은 삼중 수소결합을 한다. 염기 중에서 G 와 C 의 비율이 40%일 때, 전체 수소결합 중 G 와 C 에 의한 수소결합의 수의 비율은? (단, 반드시 A 와 T, C 와 G 끼리만 결합한다.)

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

21. $a \phi b = \frac{a-b}{ab}$ 라 할 때, $\left(\frac{1}{764} \phi \frac{1}{765}\right) \phi \left(\frac{2}{579} \phi \frac{2}{583}\right) = ?$

(A) $-\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (E) 2

22. 지네다리가 16 개라고 할 때, 신발이 100 개 있다. 최대 몇 마리 지네에게 신발을 신겨줄 수 있는가?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

23. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11} = ?$

(A) $\frac{1}{11}$ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{9}{22}$ (D) $\frac{9}{11}$ (E) $\frac{10}{11}$

24. 스마트폰 데이터 요금제 때문에 한 달에 최대 데이터 사용량이 500MB 인 사용자 A 와 B 가 있다. A 는 매일 웹툰을 보느라 매일 20MB 씩 사용하고, B 는 SNS 활동을 하느라 매일 25MB 를 소모한다. 500MB 를 모두 사용하기 까지 A 는 B 보다 몇 일 더 걸리는가?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

25. 어느 파티에서 22 명의 사람들이 각각 자신을 제외한 모든 사람과 악수를 했다. 참석자들 중 여자와 남자가 각각 11 명이라고 할 때, 모든 악수 중 기혼자들끼리의 악수의 비율은 $\frac{2}{7}$ 이다. 기혼자는 몇 명인가? (단, 모든 기혼자들은 부부동반 참석했다.)
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18
26. 72L 짜리 물탱크에 물을 부을 때, xL 짜리 양동이를 이용하려고 한다. 넘치지 않게 최대 6 번 물을 부을 수 있을 때, x 의 최대와 최소의 합은? (이 때, x 는 자연수다)
- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23
27. 준혁이와 상원이가 AMC8 을 우리말로 번역하는 작업을 하기로 한다. 준혁이는 2 시간에 문제 5 년도 치를 번역할 수 있고, 1 시간에 해설 2 년도 치를 번역한다. 상원이는 준혁이보다 각각 2 배 빠르게 일을 할 수 있다. 상원이와 준혁이가 함께 AMC8 을 1999 년부터 2013 년까지 문제와 해설을 모두 번역한다고 할 때, 시간이 얼마나 걸리는가? (단, AMC8 은 1 년에 한 번씩 있다고 가정하고, 문제 번역이 모두 끝나야 해설을 번역한다.)
- (A) 3 시간 45 분 (B) 4 시간 (C) 4 시간 30 분
(D) 4 시간 45 분 (E) 5 시간 15 분
28. 인하는 시속 4km 로 달리고, 상준이는 시속 3.5km 로 달린다. 15km 의 트랙이 있을 때, 인하가 먼저 달리고, 상준이가 이어받아서 완주했다고 할 때, 각자 땀 뻘 때 걸린 시간이 같다. 각자 달리기 시작한 지 1 시간이 지날 때마다 물을 마셨다고 할 때, 인하는 물을 몇 번 마셨는가?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

29. 서로 다른 자연수 a, b 에 대해 $a \bowtie b = \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ 이라 하자.

$$(21 \bowtie 35) \bowtie 8 = ?$$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3 (E) 4

30. 넓이가 5 인 잔디밭을 깎아야 한다. 다연이는 1 시간에 면적 4 만큼 깎을 수 있고, 주연이는 2 시간에 면적 5 만큼 깎을 수 있다. 주연이가 먼저 깎기 시작했다. 주연이가 절반만큼 깎았을 때, 다연이와 함께 깎기 시작했다. 잔디밭 모두 깎는 데 걸리는 시간은?

- (A) $\frac{18}{13}$ (B) $\frac{19}{13}$ (C) $\frac{21}{13}$ (D) $\frac{22}{13}$ (E) 2

{ 약수와 배수, 날짜/요일,
긴 수 만들기, 정수론 }

한상준 Sang Jun Han

hansang0282@naver.com

약수와 배수

1. 약수와 배수

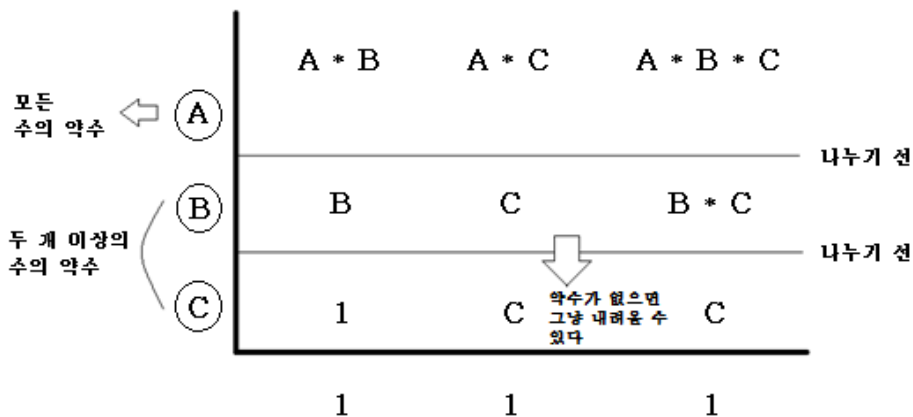
약수는 어떤 수를 이루고 있는 수야. 소수들의 곱인 어떤 수를 이루고 있는 소수들, 소수들의 곱과 1을 우리들은 약수라고 하지. 예를 들어서, 12의 약수들은 먼저 소수인 2, 3이 있고, 소수들의 곱인 4, 6, 12가 있고, 1이 있지.

그리고 우리들은 어떤 수와 정수의 곱을 모두 통틀어서 그 수의 배수라 그래. 어떻게 보면, 어떤 수는 자신의 약수들의 배수이기도 한 것이지.

2. 최소공배수와 최대공약수

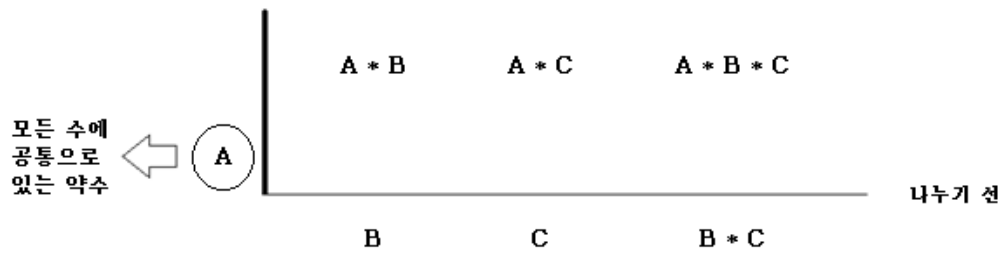
보통 한 수의 약수와 배수만 가지고 문제를 내지는 않아. 보통 두 개 혹은 더 많은 숫자들의 관계에 대해 물어보지. 그래서 생각해 낸 것이 최대공약수와 최소공배수의 개념이야. 최소공배수는 주어진 수들이 모두 가지고 있는 배수들 중 가장 작은 수, 최대공약수는 주어진 수들이 모두 가지고 있는 약수들 중 가장 큰 수야.

최소공배수는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있어.



최소공배수: 굵은 선 바깥에 있는 모든 수의 곱 (여기서는, "A B C"가 최소공배수)

최대공약수는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있어.



최대공약수 : 굵은 선 바깥에 있는 모든 나누어준 약수들의 곱 (여기서는, "A"가 최대공약수)

잘 생각해보면 우리 실생활에서 최대공약수와 최소공배수는 언제든지 활용되고 있어. 간단한 예로 피자를 나누어 먹을 때 4명이 동일한 양의 피자를 먹을 수 있는 방법 (최대공약수의 활용), 아니면 아르바이트 날짜가 2일에 한번, 3일에 한번일 때 같이 놀러 나가기 위해서는 언제 약속을 잡아야 하는지 (최소공배수의 활용) 같이 말이지. 그래서 이 단원과 관련된 문제들은 대부분 실생활과 관련이 있고, 친숙하게 느껴져.

예: AMC 8 2008년도 20번 문제

날짜/ 요일

1. 일주일 단위의 날짜를 다룰 경우

1주일은 7일이라는 사실을 설마 모르면서 문제들을 풀겠다고 달려들진 않겠지! 솔직히 근데 모든 날짜를 7로 나눌 줄만 알면 이 종류의 문제들은 다 풀 수 있어!

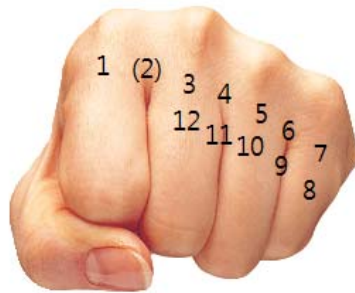
예: AMC 8 2008년도 3번 문제

예: AMC 8 2002년도 5번 문제

2. 몇 개월 단위의 날짜를 다룰 경우

30일 이상의 기간의 후나 전을 물어봐서 달을 넘나드는 문제들! 1월, 3월, 5월, 7월, 8월, 10월, 12월은 31일까지 있지. 2월은 28일(윤년은 29일), 나머지 달들은 30일씩 있어. 아마 부모님께 배워서 알겠지만, 주먹을 짝 쥐었을 때,

검지 손가락부터 시작해서 손가락 위에 있는 달은 총 31일이 있고, 손가락 사이에 있는 달은 총 30일이 있어. 2월은 28일 (윤년 29일)이어서 괄호를 해두었어.



그러므로 먼저 어떤 달에 있는지를 알고, **1일이 무슨 요일인지 알고**, 7로 나누어서 나오는 나머지로 무슨 요일인지 알아내면 문제에서 요구하는 답을 얻을 수 있을 꺼야.

만일 1월 15일이 화요일이라면, 3월 18일은 무슨 요일인가? (단, 윤년제외)

1월 16일 ~ 31일: 16일
2월 1일 ~ 28일: 28일
3월 1일 ~ 18일: 18일
즉, 총 62일 후야.

$$62 \div 7 = 8 \dots 6$$

이것은 3월 18일이 화요일에서 6일 후, 월요일이라는 것을 의미해.

3. 몇 년 단위의 날짜를 다룰 경우

먼저 1년을 구성하는 요소들에 대하여 알아봐야 해. 1년은 365일, 52주와 하루. 그래서 어떤 해의 첫 번째 날이 월요일이었다면, 그 다음 해의 첫 번째 날은 화요일이 되지. 이 사실은 생각보다 유용하니 알아두면 좋아. (윤년의 경우에는 수요일이다)

이런 문제들을 풀면서 제일 헷갈리는 부분은 다름아닌 윤년이 포함되어 있을 때이지. 윤년 규칙을 찾아보면 4년에 한번씩 윤년, 100년에 한 번씩 아니고 400년에는 윤년이라고 알게 될 거야. 문제를 풀어보면 알겠지만, 그 어떤 문제도 100년 이상의 시간을 물어보는 적은 없어! 그니까 4년에 한번씩 윤년이라는 사실만 알아두면 되는 거지. 윤년이 되면, 그냥 하루가 더 있는 거야. 즉, 366일이 있는 해인 거지. 윤년에는 2월에 29일이 되는 것만 다르지 나머지는 다 똑같아. 이것과 관련된 문제들은 앞에서 봤던 날짜/요일 문제들을 다 포함하고 있는 것이 대부분이야.

만약 3월 29일이 금요일이라면, 작년 3월 15일은 무슨 요일인가? (윤년 제외)

윤년을 제외하니까, 작년 3월 29일은 목요일이지?

3월 15일은 3월 29일로부터 정확하게 14일 전이므로,

$$14 \div 7 = 2 \dots 0$$

즉, 3월 15일은 목요일이야!

긴 수 만들기 / 정수론

1. 긴 수 만들기

논리적인 생각이 무엇보다 중요한 문제들이야. 조건들을 하나하나 생각하면서, 가짓수를 줄여 나가면 자신이 원하는 수를 만들 수 있을 꺼야.

예: AMC 8 2001년도 4번 문제

2. 정수의 정의

정수는 우리가 흔히 아는 자연수, 0, 그리고 ‘마이너스’ 자연수를 모두 모아둔 범위야. 정수들끼리 더하거나 곱하거나 빼도 우리는 다시 정수를 얻을 수 있어.

3. 홀수 짝수의 성질

우리들은 다음과 같은 성질을 알고 있어야 해.

홀수는 홀수가 홀수 개만큼 필요하다.
짝수는 홀수가 0개 포함 짝수 개만큼 필요하다.

당연한 사실들이지만, 이 당연한 사실이 문제를 풀 때 매우 중요한 지표가 된다는 점 잊지 말아야 해.

예: AMC 8 2002년도 2번 문제

4. 소수

소수는 자기 자신과 1만을 약수로 가지는 수들을 의미해. 소수는 정수론 안에서 꽤나 중요한 위치를 차지하고 있고, 다음과 같은 특징을 갖고 있어.

2는 유일한 짝수인 소수다.
모든 수는 소수들의 곱으로 이루어져 있다.

예를 들어 보면, 15을 소수로 만들 수 있는 가짓수 찾기 문제 등이 있어.

5. 소인수분해

소인수분해는 말 그대로 작은 인수로 분해하라는 뜻이야. 어렵지 않아. 천천히 2부터 소수들로 나눠주면 돼. 너무 많이 해야 되는 거 아니냐고? 많이 숙달되어 있는 사람들은 어떤 수를 딱 보면 어떤 수로 시도해 봐야 하는지가 감으로 보이는데, 모르는 너희들을 위해 좋은 방법이 있어. 그 수보다 작지만 제일 큰 제곱수, x^2 의 x 보다 작은 소수로만 나누어 주면 돼. 왜냐고? x 보다 큰 수들로 나누는 것은 결국 x 보다 작은 수들로 나눗셈을 시도해보았을 때 몫으로 나왔던 수

들로 나누는 것일랑 같기 때문이야. 그러므로, 예를 들어서, 200은 14보다 작은 소수들로만 열심히 나누어주면 된다는 거야.

예: AMC 8 2010년도 14번 문제

***3단원 연습 문제**

1. 2의 8제곱은 4의 몇 제곱인가?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. 아이들이 좋아하는 원식이에게는 사탕이 30개가 있다. 그가 1명보다 많은 아이들에게 공평하게 사탕을 나누어주고 싶어한다면, 그가 공평하게 사탕을 나누어 줄 수 있는 아이들의 숫자의 가짓수는?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

3. 2와 5의 곱으로 만들 수 없는 숫자는?

- (A) 4 (B) 10 (C) 24 (D) 25 (E) 40

4. 8월 7일이 수요일이었다면, 7월 14일은 무슨 요일인가?

- (A)일요일 (B)화요일 (C)수요일 (D)금요일 (E)토요일

5. 2013의 소인수들의 합은?

6. 책장에 무수히 많은 양의 책이 들어있다. 이 책들의 수를 6으로 나누었더니 나머지가 3이고, 10으로 나누었더니 또 나머지가 3이었다면, 이러한 수들 중 제일 작은 수는 무엇인가?

7. 영재는 프링글스 60조각을 친구들과 나누고자 한다. 친구들의 수의 힌트는 다음과 같다.
- 1) 친구들과 함께 나누어보니, 4조각이 남았다.
 - 2) 영재를 포함해서 프링글스를 나눠먹는 사람은 8명을 넘지 않는다.
- 영재를 제외한, 영재와 함께 있는 친구의 수는?
8. 지우개와 연필, 노트를 배부하고자 한다. 지우개는 18개, 연필은 24개, 노트는 20개가 있을 때, 모두에게 똑같이 나누어 줄 수 있는 아이들의 명 수중 제일 큰 수는?
9. 매우 긴 가래떡이 있다. 이를 $\frac{1}{18}$ 으로 나누어도, $\frac{1}{12}$ 으로 나누어도 모두가 동일한 양을 맛있게 먹을 수 있었다면, 가능한 사람 수 중 최댓값은 몇 명인가?
10. 카드가 52개 들어있는 팩을 뜯었다. 도둑잡기라는 게임을 하기 위해 이 카드들을 모두에게 똑같이 나누어주기로 한다. 만일 한 사람에게 카드가 8개 이상은 있어야 하고 3명 이상의 사람이 있어야지 “재미있는 게임”을 할 수 있다고 하자. “재미있는 게임”을 하기 위해 필요한 사람의 수는?
11. 어떤 수를 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8로 나누었을 때 모두 나머지가 1이라면, 이 수들 중 제일 작은 수는 무엇인가?
12. 8 월 30 일에 태어난 준석이는 11 월 20 일에 있는 어머니의 생신 때 선물을 준비하기 위해 자신의 생일날부터 생신 전날까지 하루에 5 센트씩 저금통에 돈을 모으기로 결심했다. 준석이가 총 모으게 되는 돈의 액수는?

13. w, x, y, z 는 모두 양의 정수이다. $2^w \times 3^x \times 5^y \times 7^z = 14,288,400$ 일 때, $w + x + y + z$ 의 값은?
14. 세자리 숫자 중 각 자리수의 곱이 30인 수는 몇 개인가?
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16
15. 양의 정수 x 와 y 가 있다. 180 과 x 의 곱은 제곱수이고, x 와 y 의 곱은 세제곱 수이다. 이를 만족하는 가장 작은 수 x 와 y 의 합은 얼마인가?
16. 세자리 수들 중에서 각 수들의 합이 15를 넘지 않고, 백의 자리와 십의 자리의 숫자가 서로 같은 수들의 총 개수는?
17. 어떤 두 자리 수의 십의 자리의 숫자는 1의 자리의 숫자보다 4가 크다. 이 수를 이 수의 십의 자리 숫자와 일의 자리의 숫자를 서로 바꾼 수로 뺄 때, 그 값은 무엇인가?
18. 6을 우리들은 $2+2+2$ 와 같이 소수들의 합으로 표현할 수 있다. 8을 이런 식으로 표현하면, $5+3$ 이다. 그렇다면, 18을 소수들의 합으로 표현하는 방법의 가짓수는 몇 개인가?
19. 과자를 사먹기 위해 돼지저금통을 살짝 열어 동전 15개를 재빨리 빼내어 근처의 매점으로 달려갔다. 1달러 50센트짜리 과자를 계산서에 가져가 동전을 내려놓았더니 너무나도 다행이 딱 들어맞았다. 그렇다면 들고 간 동전들이 이루고 있는 가능한 조합의 개수는? (미국의 동전체계는 1센트, 5센트, 10센트, 25센트짜리 동전들로 이루어져있다).

20. 100의 자리 수와 1의 자리 수의 합이 제곱수인 세자리 숫자들은 총 몇 개인가?

21. 아이들이 사물함을 가지고 장난을 친다. 첫 번째 아이는 모든 사물함을 연다. 두 번째 아이는 2의 배수 번째에 있는 사물함을 닫는다. 3번째 아이는 3의 배수 번째에 있는 사물함들 중 열려 있는 것은 닫고, 닫혀있는 것은 연다. 이와 같이 무수히 많은 아이들이 사물함을 열고 닫을 때, 열려 있는 사물함들 중 2013번째 사물함은 앞에서부터 몇 번째 사물함인가?

22. 107^{2013} 의 십의 자리와 일의 자리의 수의 합은?

23. 다음과 같은 체스 판의 제일 왼쪽 끝에 나이트를 하나 세워놓았다. 나이트는 K로 표시하였다, 나이트가 3번 이동했을 때, 다음 중 이동 할 수 없는 곳은?
(나이트는 상하좌우로 한 칸을 간 뒤, 그 자리에서 나아가는 대각선 방향으로 가는 것이 한번 움직이는 것이다)

K			5	
	2			1
				4
	3			

24. 의자가 여러 개 있다. 아이들을 6명씩 앉히면 2명이 남고, 8명씩 앉히면 의자가 하나 남으며 마지막 의자에 아이가 4명만 앉는다. 의자의 개수를 a 개, 아이들의 명수를 b 명이라 했을 때 $a+b$ 의 값은?

- (A) 45 (B) 47 (C) 49 (D) 51 (E) 53

25. 2013년 1월 수진이의 생일이 토요일이었다면, 몇 년도에 다시 수진이의 생일이 토요일이 되는가?

26. 2013 년 4 월 10 일 토요일로부터 1100 일 뒤는 무슨 요일인가?

27. 문제 하나를 푸는데 1시간이 걸린다. 처음 배정받은 문제의 개수는 10개이고 2시간마다 한 문제씩 더 받는다면, 자신이 더 이상 문제들을 가지고 있지 않을 때까지 걸리는 시간은?

- (A) 16시간 (B) 17시간 (C) 18시간 (D) 19시간 (E) 20시간

28. 1,2,3,4,5,6,7로 7자리의 수를 만들었다. 이들 중 제일 작은 11의 배수는?

29. 산성 국제중학교에 지원한 196 명의 1 학년 학생들에게 7 개의 반이 배정되었다. 각 반마다 동일한 수의 선생님이 배정이 되고, 또 동일한 수의 아이들이 배정된다. 그럴 때, 아이들과 선생님의 비가 선생님 한 명당 학생이 14 명이라면 총 선생님께서는 몇 분이 계시는가?

{ 경우의 수,
확률 }

장준혁 Joon-hyuk Chang
edwardjhchang@gmail.com

개수세기, 경우의 수

경우의 수는 어떤 시행에서 특정한 사건이 일어날 수 있는 경우의 가짓수를 말해. 예를 들어서 한 개의 주사위를 굴려서 짝수의 눈이 나올 경우의 수는 2, 4, 6의 세 가지이므로, 이때의 경우의 수는 3이야.

무엇의 개수를 세는 문제나 경우의 가짓수를 구하는 문제에서 가장 유의해야 할 점은 정수 단위로 사고를 해야 한다는 거야.

1. 동전 개수 문제

특정한 금액과 관련해서 동전의 개수가 종류별로 각각 몇 개인지를 묻는 문제는 자주 볼 수 있어. 이런 문제를 풀 때는 가장 가치가 큰 동전의 개수를 바꿔가면서 경우에 따라 나머지 동전들이 몇 개 있을지 확인해가는 방법으로 접근하면 돼.

예: AMC 8 2000년도 20번 문제

2. 계단 오르기

계단을 올라가는 방법이 여러 가지인 사람이 특정 개수의 계단을 올라가는 경우의 수를 구하는 문제는, 총 계단 수 개수를 바꿔가면서 각각 경우들의 가짓수 사이의 관계를 알아내는 방법으로 풀면 돼.

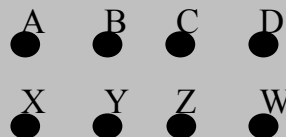
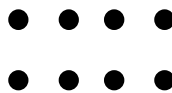
예: AMC 8 2010년도 25번 문제

3. 점에서 삼각형 찾기

주어진 여러 개의 점들 중 세 개를 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수를 묻는 문제는, 두 점을 고정시켜보고 나머지 한 점을 이동시키며 만들어지는 삼각형의 개수를 세어본 뒤, 처음 두 점을 다르게 해보면서 경우의 수들을 다 더하는 방법으로 풀면 돼.

*주의할 점: 한 번 이상 센 삼각형이 있을 때에는 중복해서 센 경우의 수만큼을 빼주어야 해.

아래의 8개의 점을 꼭지점으로 하는 서로 다른 삼각형들은 몇 개인가?



위와 같이 점들을 나타내보자. 이때, 세 점이 다 \overline{ABCD} 위에 있거나 \overline{XYZW} 위에 있으면 삼각형이 만들어지지 않으므로, 여기서 만들 수 있는 삼각형들은 \overline{ABCD} 위의 두 점과 \overline{XYZW} 위의 한 점을 꼭지점으로 하거나 \overline{ABCD} 위의 한 점과 \overline{XYZW} 위의 두 점을 꼭지점으로 하게 돼.

X, Y 를 삼각형의 두 꼭지점으로 고정시키는 경우 나머지 한 점은 A, B, C 또는 D 네 개의 점 중 하나이므로 삼각형은 4가지를 찾을 수 있어. 마찬가지로 처음 두 점을 X 와 Z , X 와 W , Y 와 Z , Y 와 W , Z 와 W , A 와 B , A 와 C , A 와 D , B 와 C , B 와 D , C 와 D 로 정하는 경우 모두 각각 4개의 삼각형을 찾을 수 있어. 따라서 총 삼각형의 개수는 $12 \times 4 = 48$ 개야.

4. 주사위 경우의 수

일반적인 주사위는 6개의 면에 각각 1부터 6, 이 6개의 숫자들 중 하나씩이 써있다는 것이 특징이야. 특히, 1이 써져 있는 면을 마주보는 면에는 6이 있고, 2가 써져 있는 면을 마주보는 면에는 5가 있으며, 3이 써져 있는 면을 마주보는 면에는 4가 써져 있어. 즉, 마주보는 면들에 적힌 숫자들의 합은 7이 되는 거야. 주사위와 관련된 경우의 수 문제들은 주사위를 굴려서 나오는 수들과 관련된 문제들이 대부분인데, 가끔 주사위의 모양을 이용한 문제들이 나오기도 해. 어떤 경우에도 주사위의 특징을 잘 이해하고 있는 것이 중요해!

예: AMC 8 2000년도 8번 문제

5. 일렬, 숫자판 위의 배열

n 개의 숫자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ 이야. 대기실에 n 개의 숫자들을 앉혀 두고 한 명씩 차례대로 줄을 세우는 경우를 생각해 보면 제일 앞에 설 수 있는 수는 n 개이며, 그 다음에 올 수 있는 수는 남은 $(n-1)$ 개의 숫자 중 하나겠지? 그 다음은 또 남은 $(n-1)$ 개의 숫자 중 하나고. 이렇게 보면 $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ 의 결과가 나오는 것이야.

어떤 숫자판 위에 숫자들을 배열하는 문제들이 간혹 나오기도 해. 이런 경우에는 문제에서 주어진 규칙을 준수하면서 숫자를 일렬로 배열하는 논리처럼 단계별로 접근해봐!

예: AMC 8 2008년도 14번 문제

6. 시합

여러 팀/개인들이 서로 경기나 시합을 하는 문제들 역시 익혀 둘 필요가 있어. 이런 문제는 리그전 또는 토너먼트 전 두 가지의 형식이 있지.

리그전은 참가한 모든 팀/개인들이 서로 한 번씩 경기를 하는 방법이야. 즉, n 개의 팀이 참가하는 리그의 경우, n 개의 팀이 각자 $(n-1)$ 개의 다른 팀과 한 번씩 경기를 하는 거지. A, B, C, D, \dots 이렇게 팀들이 있으면 A 는 B, C, D 등 $(n-1)$ 개의 팀과, B 는 A, C, D 등 $(n-1)$ 개의 팀과 한 번씩 경기를 하는 거고. 그런데 이렇게 세면 A 와 B 사이의 경기는 A 의 입장에서 한 번, B 의 입장에서 한 번 이렇게 2번 세어지게 되지? 이처럼 한 경기가 중복해서 세어지니, 전체 경기 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이야.

토너먼트 전은 1회전에서 참가자들이 둘씩 시합을 해서 승자는 2회전으로 올라가고 패자는 경기를 중단하는 방식이야. 이 과정이 반복되다 보면 우승자가 가려지겠지? 토너먼트 전은 리그전보다 계산 과정이 더 까다로울 수 있으니 주의해야 돼!

이외에도 문제마다 몇 가지 규칙이 추가되어 새로운 시합이 나올 수도 있어. 시합 문제

를 풀 때에는 문제를 잘 읽고 몇 개의 팀이 각각 몇 경기씩을 하는지를 정리하면 정답에 도달할 수 있을 거야.

예: AMC 8 2005년도 14번 문제

확률

확률은 일정한 조건 아래에서 어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 의미해. 확률은 기본적으로 $\frac{(\text{특정 경우의 수})}{(\text{전체 경우의 수})}$ 이라는 점을 기억하자!

확률은 1을 넘을 수도 없고, 음수가 될 수도 없어. 즉, 확률은 0 이상 1 이하야. 확률이 0이면 어떤 사건이 절대 일어날 가능성이 없다는 뜻이고, 1이면 사건이 일어날 가능성이 100%, 즉 반드시 일어날 것이라는 뜻이야.

확률에 대해서는 아래에 적혀 있는 ‘덧셈 정리’와 ‘곱셈 정리’를 잘 알고 있는 것이 중요해! 확률 문제 풀기의 기초니까 머리 속에 잘 새겨놔.

덧셈 정리:

두 사건 A, B 가 서로 영향을 주지 않는 경우,

A 또는 B 가 일어날 확률은 $P(A \text{ 또는 } B) = P(A) + P(B)$ (P 는 일어날 확률을 말한다.)

곱셈 정리:

한 사건이 일어날 확률이 $P(A)$ 이고 다른 사건이 독립적으로 일어날 확률이 $P(B)$ 이면, 그 두 사건이 동시에 일어날 확률은 $P(A) \times P(B)$ 이다.

1. 동전 확률 문제

확률 문제들 중에는 동전과 관련된 것들이 많아. 동전이 나오는 확률 문제들을 풀 때에는 다음 내용들을 기억하자!

별도로 지시하지 않는 이상, 한 개의 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률과 뒷면이 나올 확률은 $0.5(=\frac{1}{2})$ 로 같다.

일반적인 동전이 아니라고 문제에서 지시를 하는 경우, 던졌을 때 앞면이 나올 확률이 p 라고 하면 뒷면이 나올 확률은 $1-p$ 이다. 즉, 앞면이 나올 확률과 뒷면이 나올 확률을 더하면 1이 된다.

예: AMC 8 2000년도 21번 문제

2. 주사위 확률 문제

주사위가 나오는 확률 문제들을 풀 때에는 다음 내용들을 기억하자!

일반적인 주사위는 각 면에 1~6의 숫자가 하나씩 적혀 있으며, 각 면이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

일반적인 주사위를 굴렀을 때 짝수가 나올 확률과 홀수가 나올 확률은 둘 다 $\frac{1}{2}$ 이다.

일반적인 주사위를 2개 굴렀을 때 나오는 수들의 합은 최소 2, 최대 12이며, 3개를 굴렀을 때 나오는 수들의 합은 최소 3, 최대 18이다.

면의 숫자가 다른 주사위도 각 면이 나올 확률이 모두 같다. 예를 들어 정사면체의 주사위의 경우, 던졌을 때 한 특정 면이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다. 일반적으로 n 개의 면을 가진 주사위를 던졌을 때 한 특정 면이 나올 확률은 $\frac{1}{n}$ 이다.

예: AMC 8 2011 년도 18 번 문제

3. 제비 뽑기, 카드, 주머니 속에 든 공 문제

무엇을 뽑아가는 상황과 관련된 확률 문제는 여러 가지 방향으로 응용이 될 수 있기 때문에 종류도 여러 가지야. 그렇지만 기본적으로 논리는 비슷하니까 확실히 해둬!

우선, 무엇을 처음 뽑아갈 확률은 $\frac{\text{특정 가짓수}}{\text{전체 가짓수}}$ 이야. 이 뽑아간 것 대신 다른 것을 집어넣지 않는다면 다음 것을 뽑아갈 확률은 전체 가짓수와 처음 뽑은 것의 가짓수가 1 씩 줄어들었다는 것을 감안해야 해. 만약 뽑아간 것 대신 다른 것을 집어 넣었다면 두 번째 것을 뽑을 때에는 전체 가짓수는 처음과 똑같고 특정 가짓수는 집어 넣은 것에 따라 달라져.

예: AMC 8 2007 년도 21 번 문제

*4 단원 연습문제

1. 2개의 완전히 같은 두 동전을 손에 쥐고 있던 Dan은 친구와 부딪쳐 실수로 두 개의 동전을 떨어뜨렸다. 이때, 떨어진 두 동전의 윗면이 같은 면일 확률은?

(A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) 1

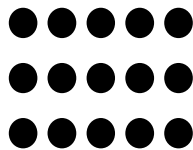
2. 보드게임을 하고 있던 Willy는 주사위 한 개와 동전 한 개를 던졌다. 이 주사위의 여섯 면에 적힌 숫자들은 각각 1, 3, 3, 4, 6, 그리고 8이다. 이때, 주사위 윗면에 있는 숫자가 짝수일 확률은?

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$
(E) $\frac{1}{2}$

3. Ken은 어떤 가짜 동전으로 동전 마술을 연습하고 있다. 이 동전을 던지면, 앞면이 나올 확률이 뒷면이 나올 확률의 2배라고 한다. Ken이 동전을 던졌을 때, 뒷면이 나올 확률은?

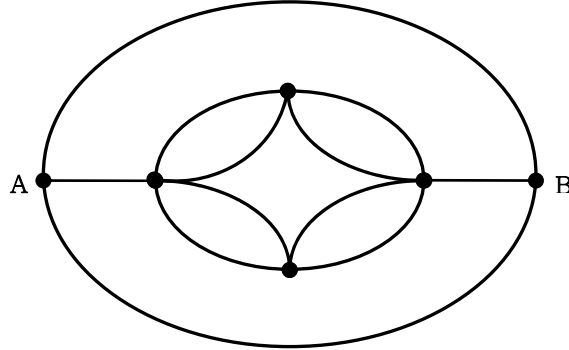
(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) 1

4. 다음과 같이 15개의 점들이 3개의 행으로 나열되어 있다. 이때, 각각의 행에서 한 점씩을 고르는 방법은 총 몇 가지인가?



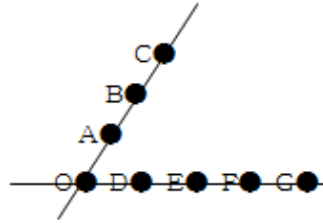
(A) 5 (B) 10 (C) 25 (D) 75 (E) 125

5. 다음 그림에서 선들은 도로들을 나타내고, 점들은 도로들이 만나는 곳이다. 어떤 사람이 A에서 B까지 가려고 하는데, 도로를 이탈해서는 안 되며, 오른쪽에서 왼쪽으로 이동할 수는 없다. 이동 경로는 총 몇 가지인가?



- (A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 15
6. Charlie와 Davy는 금요일에 숙제를 받았다. Charlie가 숙제를 할 확률은 $\frac{9}{10}$ 이며, Davy가 숙제를 할 확률은 $\frac{8}{9}$ 이다. 이때, 둘 다 숙제를 안 할 확률은?
- (A) $\frac{1}{90}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{17}{19}$ (E) $\frac{161}{90}$
7. Tom은 평범한 주사위를 n 개 던진다. 이때, 나오는 눈들이 모두 짝수일 확률이 $\frac{1}{8}$ 이라고 한다. n 의 값은?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. 다음 그림에서 점 O 와, 점 O 이외의 직선 \overline{ABC} 또는 직선 \overline{DEFG} 위에 있는 점 2개를 꼭지점으로 하는 삼각형은 총 몇 개 만들 수 있는가?



- (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 20
9. Terry는 9개의 1센트짜리 동전과 2개의 5센트짜리 동전, 그리고 1개의 25센트짜리 동전을 가지고 있다, 이때, Terry가 지불할 수 있는 금액은 총 몇 가지인가? 단, 0원은 제외한다.
- (A) 11 (B) 17 (C) 19 (D) 29 (E) 39
10. Wendy는 정육면체 주사위 하나와 정십이면체 주사위 하나를 던진다. 정육면체 주사위의 면들에 적힌 숫자는 1, 2, 3, 4, 5, 그리고 7이며, 정십이면체 주사위의 면들에 적힌 숫자는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13이다. 두 주사위를 던져서 둘 다 홀수가 나올 확률은?
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{5}{9}$
11. Joshua는 다음 원판을 돌린다. 노란색, 빨간색, 주황색, 그리고 파란색이 나올 확률은 각각 초록색이 나올 확률의 2배, 3배, 4배, 그리고 5배라고 한다. Joshua가 원판을 돌려서 초록색이 나올 확률을 p 라고 하면 다음 중 사실인 것은?



- (A) $1 > p > \frac{4}{5}$ (B) $\frac{4}{5} > p > \frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{5} > p > \frac{2}{5}$
- (D) $\frac{2}{5} > p > \frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{5} > p > 0$

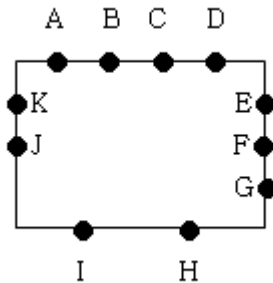
12. Johann은 5센트짜리 동전 5개, 10센트짜리 동전 2개, 그리고 25센트짜리 동전 n 개를 갖고 있다. Johann이 동전으로 계산을 할 수 있는 가짓수가 126가지일 때, n 의 값은? 단, 여기서 동전을 계산할 수 있는 126가지 방법에는 같은 금액을 다르게 지불하는 가짓수까지 다 포함하며, 0원을 지불하는 경우도 포함한다.

(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

13. Wilder는 5개의 계단을 오르려 한다. 그는 한 걸음에 계단을 1개 또는 2개 오를 수 있다고 한다. 이때, Wilder가 계단을 올라갈 수 있는 방법은 총 몇 가지인가?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

14. 다음 그림은 직사각형과 각 변 위에 있는 점들을 나타낸다. 직사각형의 네 변 중 세 개를 고른 후, 고른 변들마다 위에 있는 점 한 개씩을 선택해서 그 점들을 꼭지점으로 하는 삼각형을 만들라고 한다. 이때, 삼각형은 총 몇 개 만들 수 있는가?



(A) 24 (B) 48 (C) 76 (D) 96 (E) 120

15. Larry는 친구들과 함께 자신만의 보드 게임을 만들고 있다. 게임에서 사용하는 것은 주사위 하나와 동전 하나이다. 동전으로 참가자의 말이 앞으로 이동할 지 뒤로 이동할 지 정하고, 주사위를 굴러서 나온 숫자만큼 이동한다고 하면, 주사위와 동전을 한 번 던졌을 때 참가자의 말이 이동할 수 있는 가짓수는 몇 가지인가?

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

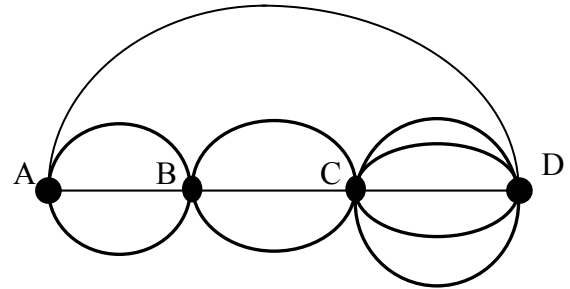
16. Dave는 동전 3개를 던진다. 2개는 앞면과 뒷면이 나올 확률이 같은 평범한 동전이고, 하나는 앞면이 나올 확률이 뒷면이 나올 확률의 1.5배인 가짜 동전이다. 이 세 개의 동전을 던져서 한 개는 앞면, 두 개는 뒷면이 나올 확률은?

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{5}{18}$ (D) $\frac{7}{20}$ (E) $\frac{9}{20}$

17. Wendy의 동아리 회원들은 장을 뽑기 위해 투표를 하였다. 선택할 수 있는 사람은 두 후보 중 한 명이었다. 투표를 하는 사람들은 두 후보를 제외한 6명이었으며, 회원들은 첫 번째 회원을 뽑을 확률이 p 로 같았다고 한다. 무효인 표가 없을 때, 첫 번째 후보를 네 명이 뽑을 확률이 $\frac{20}{243}$ 라면 p 의 값은?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{5}{6}$

18. 다음 지도에서 선들은 A 에서 D 까지 가는 길들을 표시한다. A 에서 B 까지 갈 수 있는 길과 B 에서 C 까지 갈 수 있는 길은 각각 3가지이고, C 에서 D 까지 갈 수 있는 길은 5가지이며, A 에서 바로 D 까지 갈 수 있는 길은 1가지이다. A 에 있는 사람이 B 와 C 를 거쳐서 또는 곧바로 D 로 갈 수 있는 가짓수는?



- (A) 11 (B) 16 (C) 45 (D) 46 (E) 90
19. Edward는 1센트짜리 동전 3개, 5센트짜리 동전 3개, 10센트짜리 동전 1개, 그리고 25센트짜리 동전 2개가 있다. Edward가 지불할 수 있는 금액의 총 가짓수는? 단, 0원은 제외한다.
- (A) 53 (B) 63 (C) 73 (D) 83 (E) 93
20. Tony는 n 개의 계단을 올라간다. Tony는 계단을 한 걸음에 한 개 또는 두 개 오를 수 있다. 그가 이 n 개의 계단을 올라갈 수 있는 가짓수가 21가지라면, n 의 값은?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

{ 통계,
물리 관련 개념들 }

장준혁 Joon-hyuk Chang

edwardjhchang@gmail.com

통계 / 속력과 이동거리

우선 통계와 관련된 중요한 개념부터 확실히 잡고 넘어가자!

용어	
대푯값	여러 가지 자료의 특징을 잘 나타내는 한 개의 수
평균	자료 전체 값들의 합을 자료의 개수로 나눈 대푯값
평균 속력	이동 거리를 이동 시간으로 나눈 값
순간 속력	평균 속력과는 상관 없이, 어느 시점에서의 속력
최빈값	다수의 자료 중 가장 많은 자료
중앙값	다수의 자료를 크기 순으로 나열했을 때, 가운데에 있는 수

평균이 제일 흔하게 쓰는 대푯값이지만, 경우에 따라서는 중앙값이나 최빈값을 대푯값으로 써. 특히, 자료의 분포가 고르면 중앙값을 대푯값으로 사용하는 경우가 많아.

1. 평균 구하기 문제

*평균을 구하는 방법

- 여러 개의 수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이 주어진 경우 평균은 $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$ 이야.
- 도수분포표가 주어진 경우, 평균은 각 계급의 계급값과 도수를 곱한 값들의 총합을 도수의 총합으로 나눈 값이야.

계급	도수
10~20	4
20~30	6
30~40	8
40~50	7
50~60	5

이 도수분포표의 자료들의 평균은?

평균은 $15 \times 4 + 25 \times 6 + 35 \times 8 + 45 \times 7 + 55 \times 5$ 를 $4 + 6 + 8 + 7 + 5$ 로 나눈 값이므로 답은 36이야.

2. 평균, 수량, 총합의 관계를 이용하는 문제들

평균 \times 수량 = 총합 이라는 것을 기억하면 안 풀릴 문제는 없어! 복잡해 보이는 문제들도 평균, 수량, 그리고 총합을 파악하는 것으로 시작하자.

예: AMC8 2009년도 21번 문제

3. 속력, 시간, 이동거리의 관계를 이용하는 문제들

이 문제들은 방금 전에 했던 문제들과 비슷해. 평균속력은 $\frac{\text{이동거리}}{\text{시간}}$ 로 구하는 것을 기억하자!

예: AMC8 2008년도 5번 문제

시간-속도 그래프에서 그래프 밑의 넓이는 이동거리를 의미한다는 것도 알아두면 좋아!

*5 단원 연습 문제

1. 어떤 수학 동아리 회원들의 나이는 각각 14살, 16살, 13살, 15살, 16살, 14살, 그리고 17살이다. 이 7명의 회원들의 평균 나이는?

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

2. 한 심리학자가 Bob의 회사를 찾아가서 임의로 6명의 직원들을 선택했다. 그는 직원들에게, “일을 하면서 얼마나 보람을 느끼니까?”라고 질문을 했으며, 1에서 10까지의 숫자 중 하나를 선택해서 자기가 느끼는 보람의 크기를 표현해달라고 부탁했다. 직원들은 각각 보람의 크기가 5, 6, 10, 4, 3, 그리고 8이라고 대답했다. 이때, 심리학자는 Bob의 이 여섯 명의 회사 직원들이 평균적으로 얼마 정도의 보람을 느낀다고 결론을 내리겠는가?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10

3. 지각한 David은 시속 10km의 속도로 학교를 향해 달리고 있다. David이 현재 있는 곳에서 학교까지의 거리가 1km일 때, David이 학교에 도착할 때까지 몇 분이 걸리겠는가?

(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 30

4. Michael은 40장의 카드를 갖고 있으며, Abigail은 30장의 카드를 갖고 있다. Michael의 카드는 가격이 각각 \$2이고, Abigail의 카드는 가격이 각각 \$3이다. 이때, 다음 중 Michael과 Abigail이 갖고 있는 카드 70장의 평균 가격에 가장 가까운 값은?

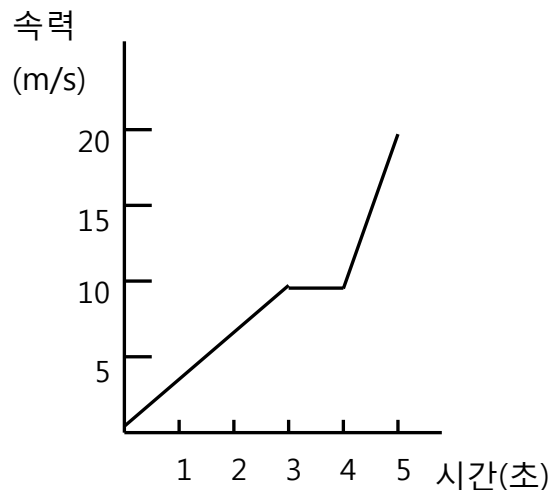
(A) 2 (B) 2.25 (C) 2.5 (D) 2.75 (E) 3

5. 다음은 A반 학생들의 수학 점수이다. 이 20명의 학생들의 평균 점수를 일의 자리까지 반올림 하면?

점수	학생 수(명)
60점 이상 70점 미만	1
70점 이상 80점 미만	2
80점 이상 90점 미만	4
90점 이상 100점 미만	13

(A) 80 (B) 85 (C) 90 (D) 95 (E) 100

6. John은 자기가 가르치는 학생들 10명의 받아쓰기 점수를 크기 순으로 나열해보았다: 93, 93, 93, 93, 93, 95, 96, 98, 99, 100. 이때, 다음 중 옳은 것은?
- (A) 최빈값 < 평균값 < 중앙값 (B) 최빈값 < 중앙값 < 평균값 (C) 중앙값 < 평균값 < 최빈값
(D) 중앙값 < 최빈값 < 평균값 (E) 평균값 < 중앙값 < 최빈값
7. James는 1시간 동안 4km/h의 속력으로 걷고, 2시간 동안 5km/h의 속력으로 걸은 뒤, 한 시간 쉬고 나서 1시간 동안 3km/h의 속력으로 걸었다. 이때, 이 5시간 동안 James의 평균 속력은?
- (A) 3.1 (B) 3.4 (C) 3.7 (D) 4.0 (E) 4.3
8. Tame 선생님은 학생들의 시험 점수를 확인하고 있다. 이번에 시험이 쉬워서 80점 미만을 받은 학생은 없었다고 한다. 80점 이상 85점 미만을 받은 학생들이 3명, 85점 이상 90점 미만을 받은 학생들이 10명, 90점 이상 95점 미만을 받은 학생들이 12명, 그리고 95점 이상 100점 미만을 받은 학생들이 7명이라 한다. 이때, 다음 중 이 32명의 학생들의 평균 점수와 가장 가까운 것은?
- (A) 87.5 (B) 90 (C) 92.5 (D) 95 (E) 97.5
9. 다음은 어떤 장난감 자동차의 순간속력을 나타낸 그래프다. 0~4초 동안 이 자동차의 평균속력은?



- (A) 0 (B) 4 (C) 6.25 (D) 8 (E) 10

10. Jerry는 어떤 30열 50행짜리 숫자판을 가지고 있다. 그는 우선 홀수 번째 열에 적힌 숫자들의 평균을 구해보았다. 그 15열에 적힌 숫자들의 평균은 A 였다. 다음으로, Jerry는 짝수 번째 열에 적힌 숫자들의 평균을 구해보았다. 그 15열에 적힌 숫자들의 평균은 B 였다. 또 Jerry는 홀수 번째 행에 적힌 숫자들의 평균을 구해보았다. 그 25행에 적힌 숫자들의 평균은 C 였다. 마지막으로 Jerry는 짝수 번째 행에 적힌 숫자들의 평균을 구해보았다. 그 25행에 적힌 숫자들의 평균은 D 였다. 이때, 다음 관계 중 사실인 것은?

(A) $3A + 3B = 5C + 5D$

(B) $A = B = C = D$

(C) $A + B = C + D$

(D) $A : B = C : D$

(E) $5A + 5C = 3B + 3D$

11. Jenny는 1에서 10사이의 자연수가 하나씩 적힌 공 10개를 갖고 있는데, 이 중에서 적힌 숫자가 같은 공이 한 쌍 있으며, 1에서 10 사이의 자연수 중 공에 적혀 있지 않은 숫자가 하나 있다고 한다. 어느 날 Jenny는 공을 하나 잃어버려서 10이 적힌 공을 새로 샀다. 이때 10개의 공에 적힌 숫자들의 평균이 0.5만큼 커졌다면, 처음에 가지고 있던 공 중 잃어버린 공에 적힌 숫자는?

(A) 1

(B) 3

(C) 5

(D) 7

(E) 9

{ 기하 }

이인하 In Ha Lee

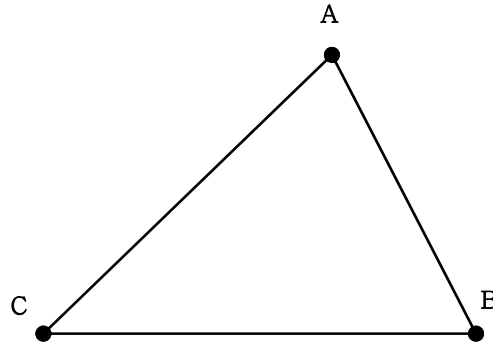
inha812@naver.com

평면기하

1. 둘레

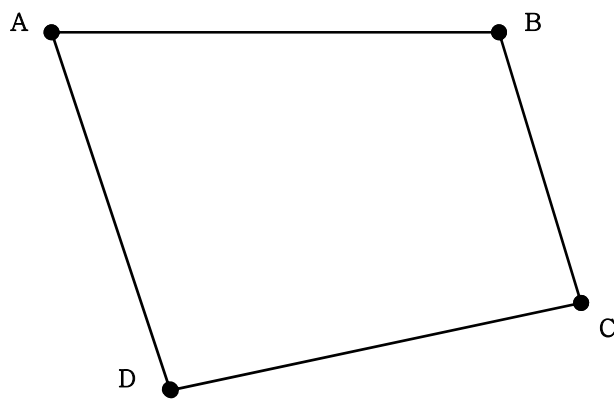
둘레를 구하는 문제들은 아래 공식들을 이용하여 풀도록 하자!

삼각형의 둘레



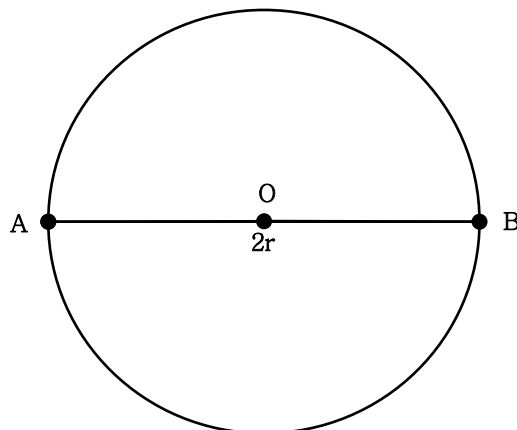
삼각형의 둘레 $S = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

사각형의 둘레



사각형의 둘레 $S = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$

원의 둘레

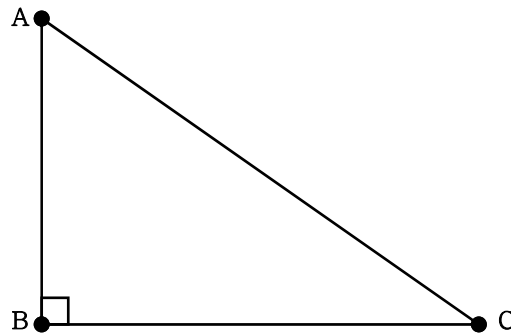


원의 둘레 $S = 2\pi r$

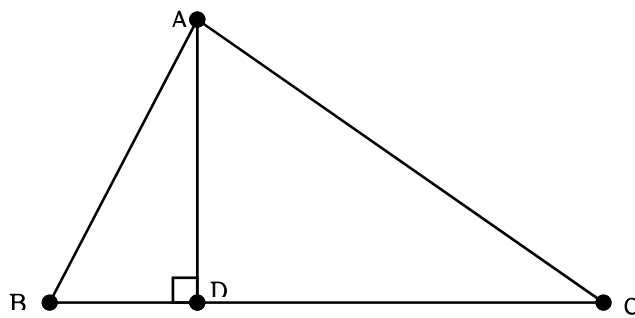
2. 넓이

AMC 8에서는 평면도형의 넓이를 구하는 공식들이 자주 이용되는데, 대표적으로 원, 삼각형, 사각형의 넓이를 구하는 공식들이 이용돼. 특히, 삼각형의 넓이를 구하는 아주 특별한 공식이 있는데, 이 공식의 이름은 헤론의 공식이야. 자세한 설명은 그림과 함께 하자.

삼각형의 넓이

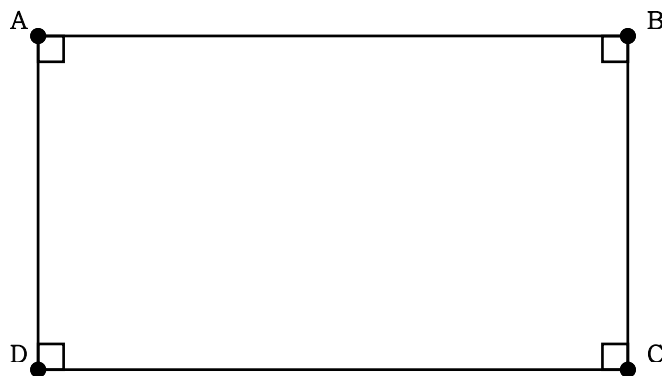


$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC}$$



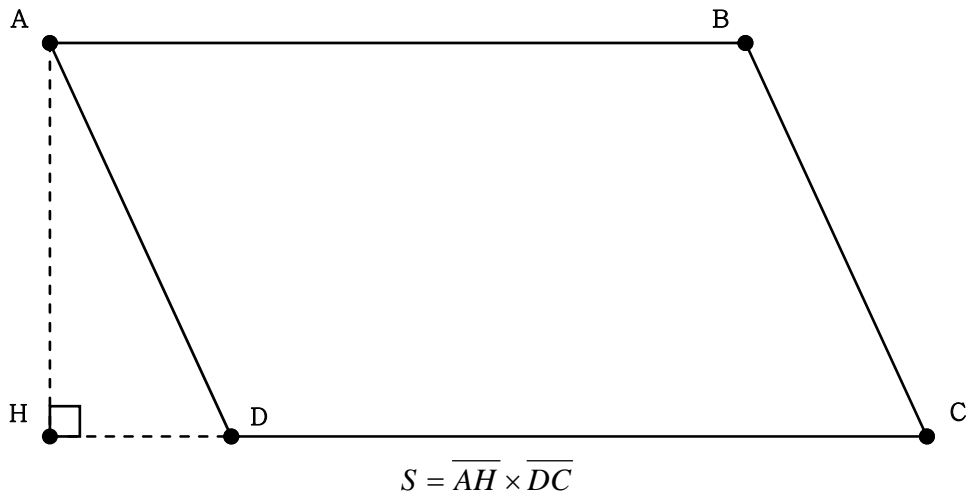
$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BC}$$

직사각형의 넓이

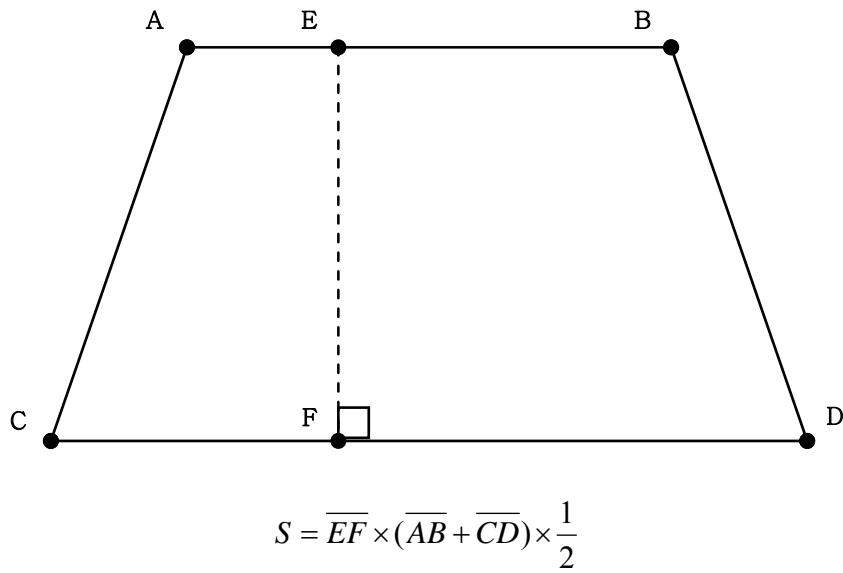


$$S = \overline{AD} \times \overline{AB}$$

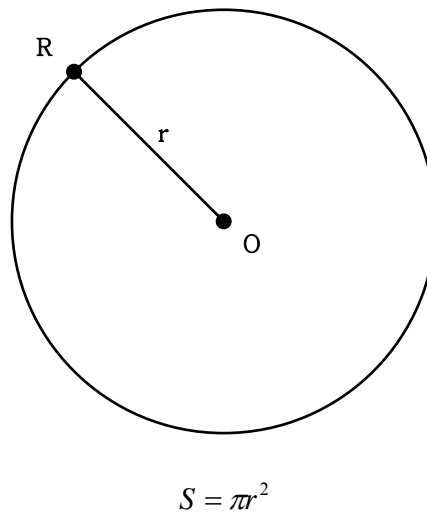
평행사변형의 넓이



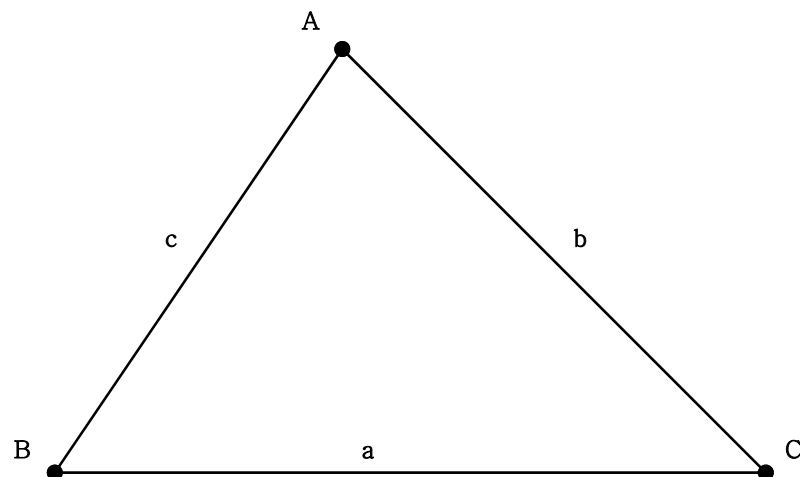
사다리꼴의 넓이



원의 넓이



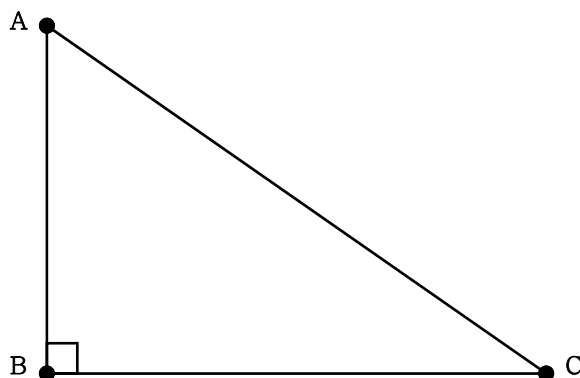
헤론의 공식



$$p = \frac{a+b+c}{2} \text{ 라 할 때, } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ 이야.}$$

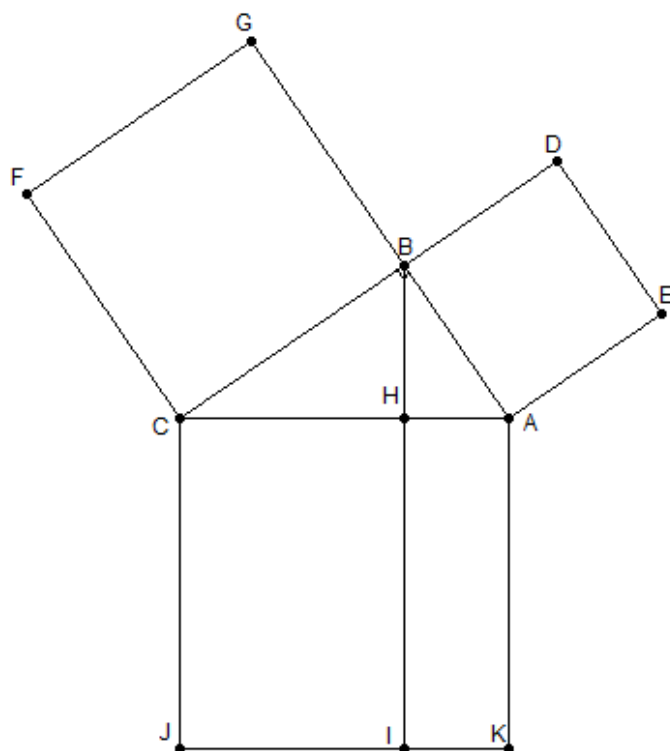
헤론의 정리는 각 변의 길이를 알 때 이용할 수 있는 정리야.

피타고라스의 정리



$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

이 정리는 꽤나 중요한 공식이므로 같이 증명을 해보자.



위의 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에 대하여 세 변의 길이를 각각 한 변의 길이로 하는 정사각형 $ADEB, ACHI, BCFG$ 를 그리자. 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 M , 그 연장선과 변 BE 와 만나는 점을 N 이라고 하자. 이 때

$$\square BCFG = 2 \triangle BCF \quad \dots\dots (1)$$

또, 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로,

$$\triangle FCB = \triangle FCA \quad \dots\dots (2)$$

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 각각 같으므로,

$$\triangle FCA \cong \triangle BCJ \quad \dots\dots (3)$$

밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로,

$$\triangle BCJ = \triangle HCI \quad \dots\dots (4)$$

$$\text{또, } \square CJIH = 2 \triangle CJH \quad \dots\dots (5)$$

(1), (2), (3), (4), (5)에서

$$\square BCFG = \square CHIJ \quad \dots\dots (6)$$

같은 방법으로

$$\square BAED = \square HIKA \quad \dots\dots (7)$$

(6), (7)에서

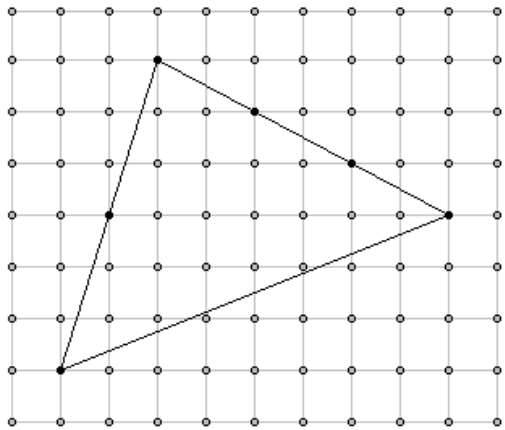
$$\begin{aligned} \square BAED &= \triangle HIKA \\ \square ACKJ &= \square BAED + \square BCFG \\ \therefore \overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

피타고라스의 정리는 직각삼각형에 관련된 문제를 풀 때 유용한데, 직각을 이루는 두 변의 길이의 제곱의 합은 다른 한 변의 길이의 제곱과 같다는 거야. 해석기하, 평면기하 등에서 안 쓰이는 부분이 없어. 특히 우리나라에서는 9 학년 때 배우지만, 미국에서는 저학년 학생들도 미리 잠깐 배우고 지나가기에 AMC 8 에도 충분히 나올 수 있다는 점, 유의하도록 하자.

해석기하

해석기하는 좌표평면에서의 기하학인데, AMC 8에서는 좌표들을 꼭지점으로 하는 도형의 넓이를 구하는 문제들만 나와. 이 때 픽의 정리라는 공식을 쓰면 문제들이 손쉽게 풀려.

픽의 정리



어떤 도형의 꼭지점들이 좌표평면에 위치해 있다고 가정해 보자. 이 때, 만약 모두 격자점 위의 점을 꼭지점으로 한다면, 그 도형 위의 격자점 개수를 a , 안에 포함된 격자점 개수를 b 라고 했을 때, 넓이 S 는

$$S = \frac{a}{2} + b - 1$$

이 성립한다는 거야. 아주 유용한 정리니까 유의하자.

기하 문제 풀기

기하 문제에 대한 좀 더 심도 있는 분석을 해보자. 컨셉이라는 것이 있어. 수학 문제를 풀 때 접근해야 되는 방식이 있는데, 문제 유형과 문제풀이 유형과는 큰 차이가 있지.

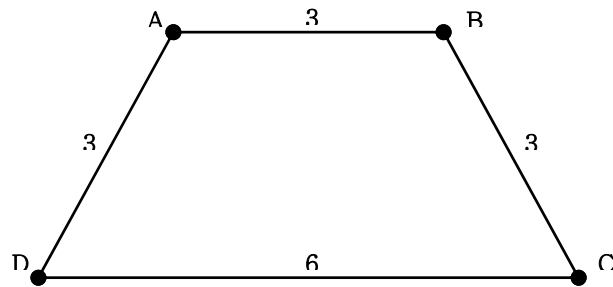
예를 들어, 좌표 $(0,0), (3,4), (5,10)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하는 해석기하의 문제는 픽의 정리를 이용해서 문제를 풀고, $(0,0), (3,4), (3,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하는 해석기하의 문제는 직각삼각형을 파악한 후, 일반적인 직각삼각형의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 되는 것처럼, 직관력과 내공을 쌓는다면 같아 보이는 문제들도 최단시간에 푸는 방법을 빠르게 생각해 낼 수 있어.

다른 예를 들어 보자. $y = \sqrt{3}x + 8$ 과 $y = -\sqrt{3}x - 10$ 의 사잇각을 구하려면 복잡하게 60° 를 풀어내야 하지만, $y = \frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = -2x$ 의 사잇각을 구하려면 기울기의 곱이 -1 임을 통해 바로 직각임을 구할 수 있어.

이런 방법들을 보면, 문제를 가장 잘 푸는 방법, 특히 기하 문제를 가장 잘 푸는 방법은 문제를 최대한 많이 풀어 보는 것이니까, 연습을 철저히 해 두도록 하자.

*6 단원 연습 문제

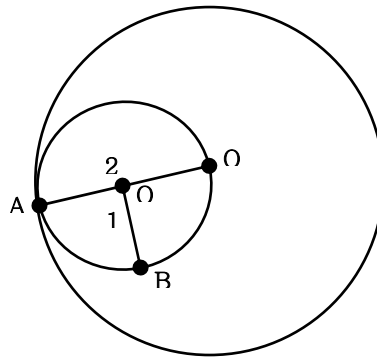
1.



$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DA} = 3, \overline{CD} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

- (A) 12 (B) 18 (C) $12\sqrt{3}$ (D) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (E) 15

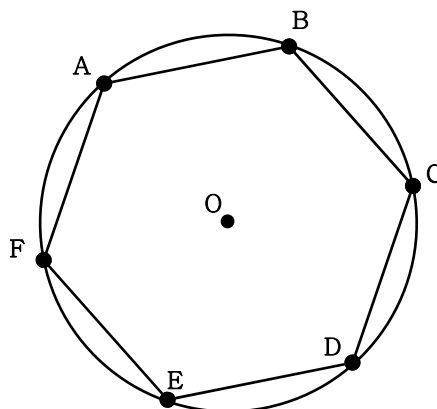
2.



원 O 와 원 O' 의 넓이의 비를 구하여라.

- (A) 3:1 (B) 2:1 (C) 4:1 (D) 5:1 (E) 6:1

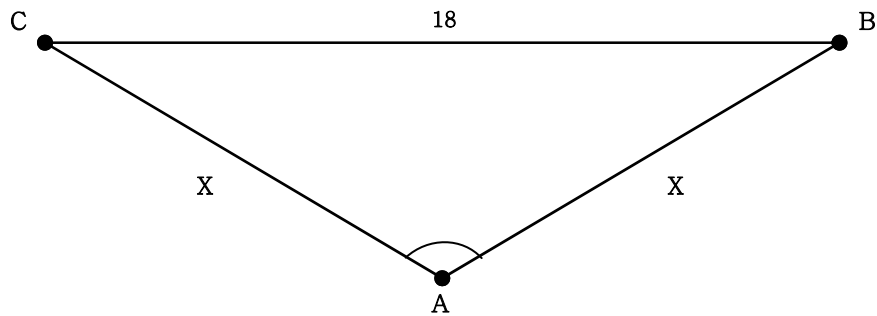
3.



원 O 와 육각형 $ABCDEF$ 의 둘레의 비를 구하여라.

- (A) $3:\pi$ (B) 1:1 (C) $\pi:3$ (D) 1:3 (E) 1:6

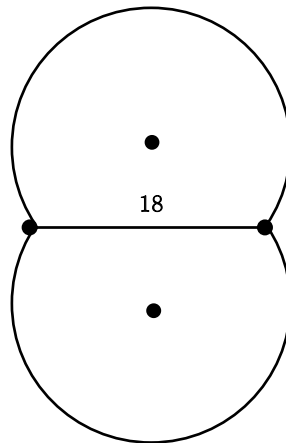
7.



$\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, x 의 길이는?

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) $18\sqrt{3}$ (C) $12\sqrt{3}$ (D) $15\sqrt{3}$ (E) $3\sqrt{3}$

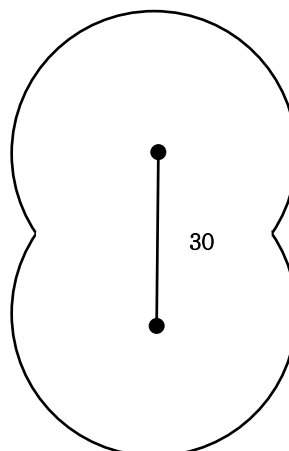
8.



위 도형은 반지름이 같은 두 원을, 중심이 서로의 원주 위에 놓이도록 겹쳐서 만든 모양이다. 표시된 선분의 길이가 18일 때, 이 도형의 둘레의 길이는?

- (A) $9\sqrt{3}\pi$ (B) $16\sqrt{3}\pi$ (C) $12\sqrt{3}\pi$ (D) $20\sqrt{3}\pi$ (E) $5\sqrt{3}\pi$

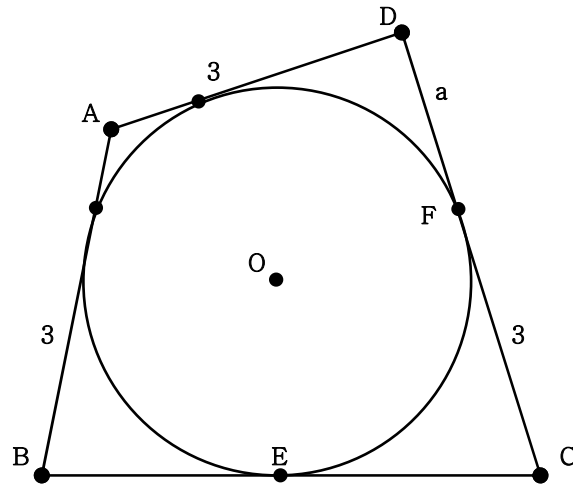
9.



위 도형은 반지름이 같은 두 원을, 중심이 서로의 원주 위에 놓이도록 겹쳐서 만든 모양이다. 두 원의 중심을 이은 선분의 길이가 30일 때, 이 도형의 둘레의 길이는?

- (A) 60π (B) 80π (C) 50π (D) 40π (E) 70π

10.



위 도형에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.

(A) 3

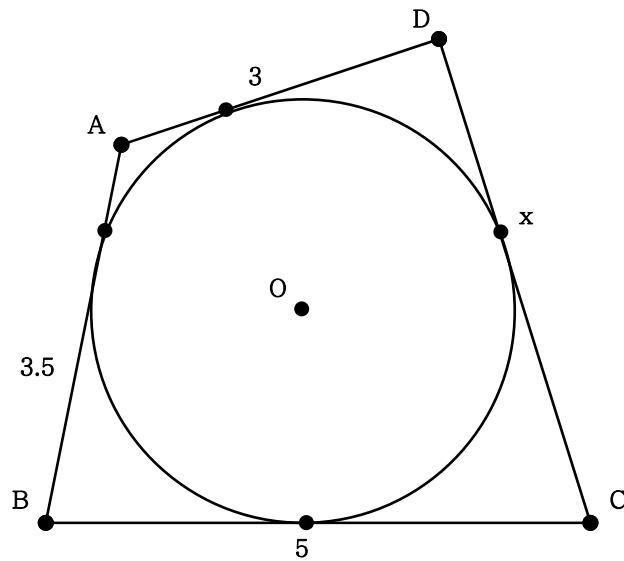
(B) 4.5

(C) 5.5

(D) 6

(E) 7.5

11.



위 도형에 \overline{AD} , \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} 의 길이는 각각 3, 3.5, 5, x 이다. x 의 값을 구하여라.

(A) 6

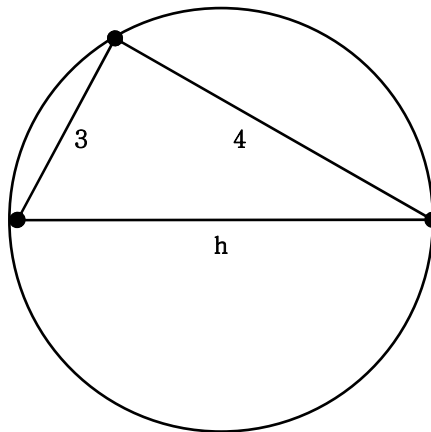
(B) 7.5

(C) 5.5

(D) 6.5

(E) 4.5

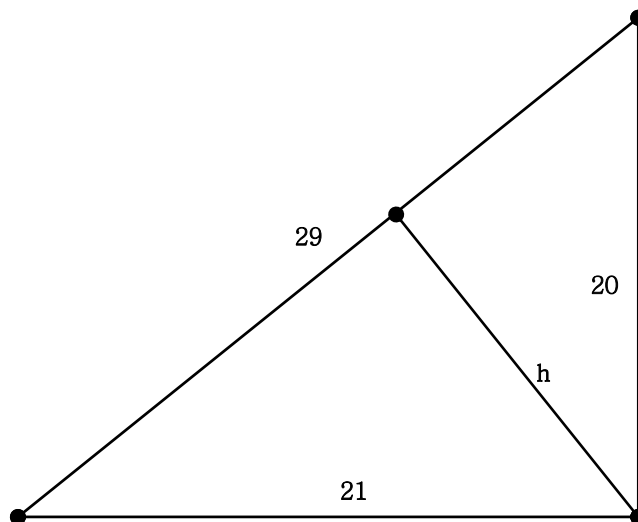
12.



선분 h 는 원의 지름이다. h 의 길이를 구하여라.

- (A) 4 (B) 4.5 (C) 5 (D) 5.5 (E) 6

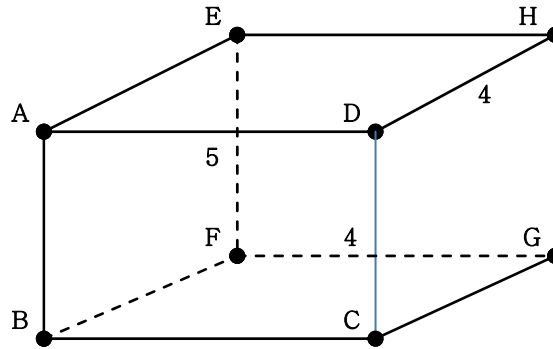
13.



삼각형의 세 변이 위 조건을 만족한다고 할 때, h 의 길이를 구하시오.

- (A) $\frac{420}{29}$ (B) $\frac{440}{29}$ (C) 20 (D) 21 (E) 29

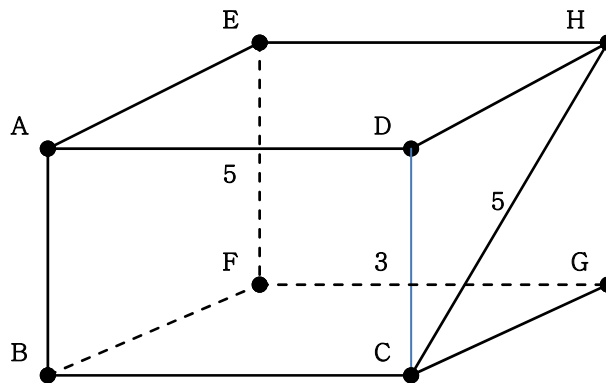
14.



직육면체의 각 변의 길이가 위를 만족할 때, 부피를 구하시오.

- (A) 60 (B) 75 (C) 80 (D) 90 (E) 120

15.



직육면체의 각 선분의 길이가 위를 만족할 때, 부피를 구하시오.

- (A) 60 (B) 75 (C) 80 (D) 90 (E) 120

{ 집합, 수열 }

윤상원 Sang Won Yoon

sangwon38383@naver.com

집합

1. 집합의 정의, 원소, 표현 방법

집합의 사전식 정의는 ‘주어진 조건에 따라 그 대상을 분명히 할 수 있는 모임’ 이야. 예를 들어 ‘이 책을 읽고 공부하는 학생들’ 도 하나의 집합으로 볼 수 있어. 그리고 집합을 이루는 요소 하나하나를 원소라고 해. 플라타너스, 해바라기 같은 것들은 ‘식물’이라는 집합의 원소가 되는 셈이지. 집합은 보통 대문자로 나타내고, 원소는 소문자로 나타내. 원소가 집합에 속한다는 표현은 \in 를 사용해서 나타내. 예를 들어서 a 라는 원소가 A 라는 집합에 속한다면 $a \in A$ 라고 하는 거지. 집합을 나타낼 때에는 중괄호를 사용하고, 원소들을 그 안에 써 넣어. 예를 들어서 원소 a, b, c, d 로 이루어진 집합은 $\{a, b, c, d\}$ 라고 표현해.

집합의 표현 방식은 두 가지가 있어. 바로 원소나열법과 조건제시법이야.

원소나열법은 둘 중 좀 더 단순한 방법인데, 집합의 원소를 하나하나 적어주는 거야. $\{a, b, c, d\}$ 의 경우, 집합의 원소들인 a, b, c, d 를 일일이 썼기 때문에 이것은 원소나열법을 사용한 거야. 한눈에 알아보기 쉽다는 장점이 있지만, 원소의 수가 유한하더라도 너무 많거나, 아니면 무한한 경우에는 원소나열법을 사용하기가 힘들겠지?

이럴 때는 조건제시법을 써. 이 방법은 그 집합의 원소들의 조건을 괄호 안에 적어주는 거야. 즉, $\{\text{원소} | \text{원소가 될 조건}\}$ 의 형식으로 집합을 표현하는 것이지. 동물들의 집합을 조건제시법으로 나타내려면 $\{x | x \text{는 동물}\}$ 이라고 할 수 있겠지?

2. 부분집합과 집합의 포함 관계

이번에는 집합의 포함 관계에 대해서 알아볼게. A 집합의 원소들로 이루어진 집합 B 가 있으면, B 를 A 의 부분집합이라고 해. 예를 하나 들어보자면, 콜라 회사의 집합은 음료수 회사 집합의 부분집합이라고 할 수 있겠지?

집합 A 가 집합 B 의 부분집합이라는 것은

$$A \subset B \text{ 또는 } B \supset A$$

라고 나타내고, A 가 B 에 포함된다고 해. 저 기호 방향을 잘 기억하도록 해!

이제 부분집합에 관한 기본적인 성질을 알아두자!

임의의 세 집합 A, B, C 에 대해 다음과 같은 성질들을 볼 수 있다.

1. 집합 A 는 자기 자신, 즉 집합 A 의 부분집합이다.
2. 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.
3. A 가 B 에 포함되고, B 가 A 에 포함되면 A 와 B 는 같은 집합이다.
4. A 가 B 에 포함되고, B 가 C 에 포함되면 A 는 C 에 포함된다.

여기서 세 번째 성질은 상등, 즉 두 집합이 같기 위한 조건을 나타내. 네 번째 조건은 삼단논법이라고도 해.

3. 집합의 연산

이번에는 집합의 연산 방법에 대해 간단히 설명해 볼게. 일단, 합집합과 교집합이라는 중요한 개념이 있어. 우선 집합 A 와 B 의 합집합은 A 또는 B 에 포함된 원소로 이루어진 집합을 말하고, 집합 A 와 B 의 교집합은 A 와 B 에 공통으로 포함된 원소로 이루어진 집합을 말해.

앞에서 배운 조건제시법으로 나타내면 이렇게 된단다.

$$\text{합집합: } A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$$

$$\text{교집합: } A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$$

여기에 관련한 성질들 몇 개 정리해보자면 아래와 같은 것들이 있어!

$$A \cup B \supset A, B$$

$$A \cap B \subset A, B$$

$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

배운 내용들로 간단히 유추가 되는 것들이지.

그 다음은 집합의 연산법칙을 알아둘 필요가 있어.

1) 교환법칙

$$A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$$

2) 결합법칙

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), \quad (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

3) 분배법칙

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

4) 흡수법칙

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

복잡해 보이지만 자세히 보면, 평소 우리가 하는 덧셈과 뺄셈의 연산법칙들이 똑같이 성립하는 것을 알 수 있어. 즉, 교환법칙은 서로 순서를 바꾸어도 결과가 같다는 말이고, 결합법칙은 괄호를 어디에 치든 결과가 같다는 말이야. 분배법칙은 괄호 안의 수와 괄호 밖의 수를 연산할 때 썼던 방법이지. 생소한 개념이라 생각하지 말고 수 연산의 연장이라고 생각해도 좋아.

*7 장 연습 문제

1. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 b 를 원소로 갖는 집합의 개수는?
2. 집합 A 의 원소의 개수가 n 개이면, 집합 A 의 부분집합의 개수는 2^n 개다. 왜 이렇게 되는지 설명하여라.
3. $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{과 서로소인 자연수}\}$ 일 때, 집합 C 를 집합 A 와 B 로 나타내면?
4. 두 집합 $A = \{3m-1 \mid m \text{은 정수}\}$, $B = \{3n+2 \mid n \text{은 정수}\}$ 에 대하여 $A=B$ 임을 증명하여라.
5. 툸롱 교도소에 복역하고 있는 죄수들은 30명으로, 그 중 20명은 절도 경력이 있고, 15명은 폭행 전과가 있다. 절도와 폭행을 모두 저질렀던 죄수들은 최대 몇 명인가?
6. 상원이네 반 학생들 40명 중에서 피아노를 연주할 수 있는 학생은 32명, 바이올린을 연주할 수 있는 학생은 22명, 첼로를 연주할 수 있는 학생은 13명이다. 두 종류의 악기만 연주할 수 있는 학생이 9명일 때, 세 악기를 모두 연주할 수 있는 학생은 최소 몇 명인가?

{ 창 의 문 제 }

이다연 Da Yeon Lee

leedygood7@gmail.com

복면산 (alphametic)

복면산이란 문자로 나타내진 수식에 각 문자에 대한 수를 대응하여 푸는 문제야. 일종의 퍼즐로 여겨지고 있으며, 특별한 공식을 가지고 풀기보다는 경우에 따라서 하나씩 숫자를 추리해 가야 하는 문제인 편이지.

비록 문제마다 푸는 방법에 조금씩 차이가 있지만, 모든 복면산 문제를 풀 때에 유의할 점에 몇 가지가 있어.

1. 같은 문자는 같은 숫자를, 다른 문자는 다른 숫자를 나타낸다.
2. 첫 글자는 0이 될 수 없다.

다음 소개 된 문제는 Henry Ernest Dudeney가 만든 유명한 복면산 문제이야. 한번 풀어보자.

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

위 문제를 풀 때 생각해야 되는 사항들은 순서대로 다음과 같아.

- 1) 네 자리 수 두 개를 더했더니 *MONEY*의 다섯 자리 수가 나왔어. 그렇다면 *M*은 얼마일까?
더한 두 수가 네 자리 수였으므로 *M*은 1이 될 수밖에 없어.
- 2) *M*=1이라고 한다면 *O*는 어떤 수가 될 수 있을까?
더하는 네 자리수의 첫째 자리는 *S*와 *M*이었어. *M*은 1이고, *S*는 최대 9이기 때문에 *O*는 0 또는 1밖에 올 수가 없지. 하지만 이미 *M*=1이므로 *O*=0이야.
- 3) *O*=0이라면 네 자릿수들의 둘째 자리를 고려해보았을 때 *S*는 얼마일까?
O=0이므로 둘째 자리 *E*와 *O*를 더하면 최대 9가 나올 수 있어. 만약 *E*=9이고 셋째 자리 수의 연산에서 1이 올림 되었다면 *N*=0이 되겠지만, 이미 *O*=0이므로 이는 성립할 수 없겠지? 따라서 *E*+*O*의 연산에서 올림 되는 수는 없고, *O*=0이 되려면 *S*+*M*=10이 되어야 하므로 *S*=9인 거야.
- 4) *N*을 *E*에 대해 어떻게 나타낼 수 있을까?
만약 *E*+*O*=*N*이라고 한다면 *O*=0이므로 *E*=*N*이 될 거야. 하지만 이는 복면산의 기본 조건에서 성립하지 않아. 따라서 우리는 *N*+*R*의 연산에서 1이 올림 되었다는 것을 알 수 있어. 그러므로 *N*=*E*+*O*+1=*E*+1인 거야.
- 5) *R*의 자리에는 어떠한 숫자가 들어갈 수 있을까?
위에 4)에서 설명한 대로라면, *N*+*R*에서는 끝의 자리가 *E*인 두 자리수가 나와야 해. *N*=*E*+1이므로 *R*=9이거나, 만약 일의 자리의 연산에서 올림 되는 수가 있다면 *R*=8이어야 하는데, *S*가 이미 9이므로 *R*=8이야.
- 6) 이제 남은 숫자들을 가지고 생각해보자.

현재 남은 숫자들은 2,3,4,5,6,7 이야. 우선 $D+E$ 에서 1 이 올림 되어야 하고, $D+E$ 의 일의 자리가 Y 여야 하므로 (D,E,Y) 로 가능한 조합은 $(7,5,2), (5,7,2), (6,7,3), (7,6,3)$ 이야. 하지만 $N = E + 1$ 이므로 뒤의 세 조합은 가능하지 않아. 따라서 $D = 7, E = 5, N = 6, Y = 2$ 야.

$$9567 + 1085 = 10652$$

물론 복면산 문제들은 다양한 형태를 띌 수 있어. 세 숫자가 더해질 수도 있고, 간단한 연산이 두 개 주어질 수도 있으며 더하기가 아닌 다른 연산을 할 수도 있어. 때로는 많은 AMC 문제들 중에 연산의 일부는 숫자로 두는 경우도 있고. 하지만 기본 조건에 유의하고 주어진 힌트를 하나하나 풀어나가다 보면 모든 글자에 대한 답을 찾을 수 있을 거야.

보통 문제를 풀 때 사용할 수 있는 과정

자릿수가 변하는 지 변하지 않는 지 확인하기!
 변한다면 첫째 자리에 올 수 있는 숫자가 많지 않을 거야.
 앞 자릿수부터 맞춘 후 점점 낮은 자릿수로 가는 편이 더욱 편리해..
 어떠한 숫자를 사용했고, 어떠한 숫자가 남아있는 지 항상 확인 해야 돼!
 문제에 다른 특별한 조건이 주어 졌는지 꼭 확인하고!

예: AMC 8 2003년도 14번 문제

이러한 방법으로 하나씩 차례차례 정리해가면 풀어낼 수 있는 문제가 복면산 문제야.

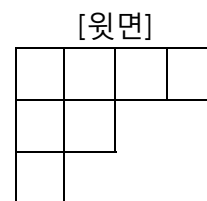
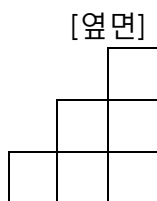
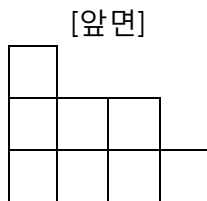
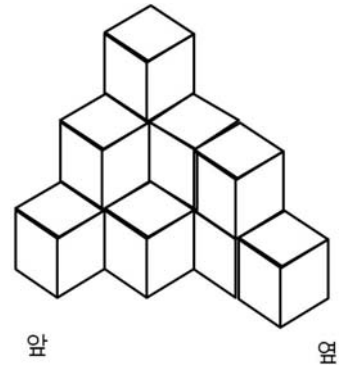
입체도형과 평면도

AMC에 가끔씩 출제되는 문제 중 하나는 평면도를 보고 이에 맞는 입체도형을 맞추는 문제야. 우선 평면도란 무엇을 말하는 지 살펴보도록 하자.

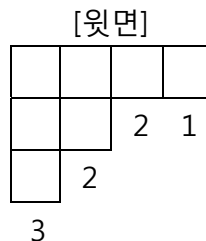
평면도란 입체도형을 한 방향에서 보았을 때의 모양을 그려놓은 거야. 보통 앞, 옆, 위로 나뉘어. (옆은 보통 입체도형의 오른쪽 면을 나타내!) 평면도의 특징 중 하나는 입체도형을 평면으로 나타낸 것이기 때문에 각 방향에서 봤을 때에 가장 높은, 또는 넓은 면들만이 보이게 된다는 거야. 따라서 겹쳐 있는 부분은 뚜렷이 드러나지 않게 돼. 그렇기 때문에 평면도를 이용해서 입체도형을 유추해내기 위해서는 한 면만을 보아서 안 돼.

평면도 문제에서 특히 많이 나오는 문제는 정육면체들을 쌓아서 입체도형을 만든 형태야. 우선 주어진 첫 번째 면을 보게 되면 (앞면이라고 하자) 도형의 너비와 각 줄의 최고 높이를 알 수 있어. 그렇게 하고 옆 면을 보게 되면 도형의 폭과 각 열의 최고 높이를 알 수 있어. 이 최고 높이를 앞 면에서 보았던 것과 비교해 보게 되면 겹치는 위치에 그 높이가 오게 됨을 알 수 있을 거야. 이러한 방법으로 문제를 풀어나가면 평면도와 입체도형의 문제는 잘 해결할 수 있을 거라고 생각해.

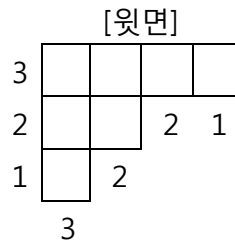
옆에 나타난 것과 같은 입체도형이 있을 때, 한 번 평면도가 어떻게 나타내지는 지 살펴보자.



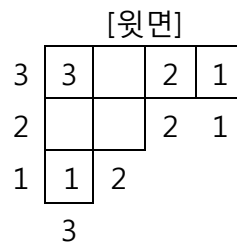
나중에는 평면도를 보고서도 입체도형을 유추할 수도 있어야 해. 위의 평면도로 예를 들어보자. 윗면을 바탕으로 앞면을 나타내보면



이렇게 되고, 거기에다가 옆면까지 숫자로 표시해보면



그래서 최고 높이인 점을 비교하거나, 교차하는 칸들을 비교하면 확실하게 높이를 알 수 있는 칸들이 있어.



이렇게!

빈 칸들에는 2개 또는 1개 높이가 되겠지? 앞/옆면에서 봤을 때 2가 보이도록 만 되어있으면 돼. 그걸 고려해서 문제에서 필요한 블록의 최대/최소 개수를 구하라든지 하면 구할 수 있겠지?

예: AMC 8 2003년도 15번 문제

조각 맞추기

조각 맞추기는 여러 개의 서로 다른 모양의 조각을 가지고 특정 모양을 만드는 거야. AMC에서는 가끔 여러 개의 조각들을 주고 이 조각들로 만들 수 없는 도형/만들 수 있는 도형을 묻는 문제를 출제해. 물론 이는 어떠한 조각이 주어지는지에 따라 다양한 방법들이 있을 거야. 하지만 이러한 문제를 풀 때에 고려할 점은 주어진 조각들의 특징들을 보는 거야. 특정 부분이 튀어 나왔다던지, 꺾여 있다던지 하는 조각의 특성을 잘 알고 있다면 그 조각이 어떠한 조각과 맞아서 특정 모양을 만들 수 있을 지 알 수 있을 거야.

예: AMC 8 2009년도 4번 문제

빈칸 채우기

빈칸 채우기 문제는 주로 가로, 세로에 한 숫자 또는 문자를 한 번씩만 들어가도록 배열하는 방법을 물어봐. 빈칸을 채우는 방법의 수를 묻기도 하고, 또는 일정 부분을 보여준 후 나머지 부분을 채워 넣으라고 할 수도 있어.

빈칸 채우기 문제를 풀면서 주의해야 할 점은 우선 확실한 부분들부터 채운 후 하나씩 차례대로 완성시켜 나가야 한다는 거야.

예: AMC 8 2007년도 9번 문제

*8단원 연습 문제

1. 아래 식에서 각 문자가 다른 숫자를 나타내고, 이미 쓰여있는 숫자(2, 7)는 문자에 대입될 수 없다. A, B, C, D 의 합은 얼마인가?

$$\begin{array}{r} A \ 7 \ D \\ + \ B \ D \ A \\ \hline B \ C \ 2 \ 2 \end{array}$$

- (A) 7 (B) 9 (C) 17 (D) 13 (E) 12

2. 아래의 식에서 각 문자는 다른 숫자를 나타낸다고 할 때, A 와 B 의 차는 얼마인가?

$$\begin{array}{r} A \ 7 \\ \times \quad B \\ \hline 8 \ 1 \end{array}$$

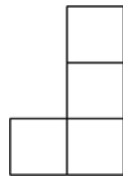
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

3. 아래의 식에서 각 문자는 다른 숫자를 나타낸다고 할 때, E 에 들어갈 수 없는 숫자는 무엇인가?

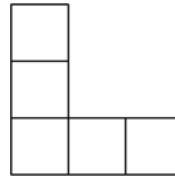
$$\begin{array}{r} \quad \quad W \ H \ Y \\ + \ W \ H \ E \ N \\ \hline Y \ I \ H \ I \ E \end{array}$$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

4. 단위 정육면체로 이루어진 입체도형이 있다. 아래의 그림은 이 입체도형을 각각 앞에서, 옆에서 본 모습을 나타낸다. 입체도형을 만들기 위해서는 단위 정육면체가 최소 몇 개 필요한가?



Front



Side

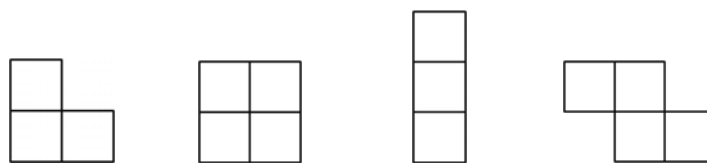
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) 12

5. 아래의 4×4 격자판이 주어져있다. 각 행과 열에 1, 2, 3, 4가 한 번씩만 들어갈 수 있다고 할 때, 오른쪽 위의 칸에 들어갈 숫자는 무엇인가?

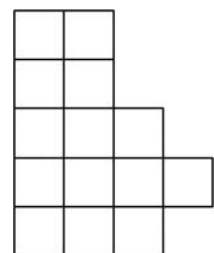
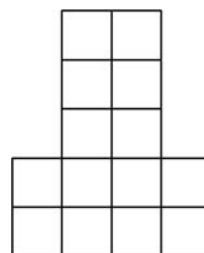
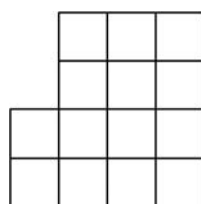
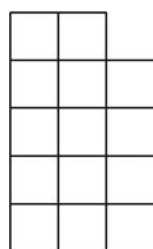
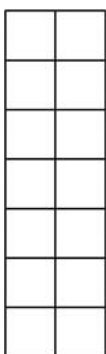
1			
		2	
	3		
	1		4

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

6. 다음 보기 중에 주어진 조각 4개로 만들 수 없는 모양은 무엇인가?



- (A) (B) (C) (D) (E)



7. 아래의 식에서 각 문자는 다른 수를 나타낸다고 할 때, A 와 B 의 합은 무엇인가?

$$\begin{array}{r} A \ A \\ + \quad B \\ \hline 2 \ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} A \ A \\ \times \quad B \\ \hline 1 \ 3 \ 2 \end{array}$$

- (A) 7 (B) 5 (C) 10 (D) 15 (E) 8
8. 각 A, B, C, D 는 1, 3, 5, 7 중 서로 다른 숫자를 나타낸다. 만약 $CBEDA$ 가 51837의 수열로 나타난다면, 문자 E 는 어떤 숫자를 나타내는가?
- (A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 3 (E) 7
9. A 와 B 가 각각 다른 숫자를 나타낸다고 하자. 이 두 숫자를 이용해서 우리는 AB 와 BA 의 두 개의 두 자리 수를 만들 수 있다. 만약 $AB - BA = 18$ 이라면, A 와 B 의 차는 얼마인가?
- (A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 2 (E) 1
10. 아래의 식에서 각 문자는 서로 다른 숫자를 나타낸다고 할 때, 보기 중 D 에 들어갈 수 없는 숫자는 무엇인가?

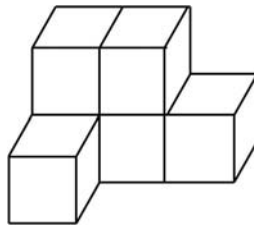
$$\begin{array}{r} A \ B \ A \\ + \ C \ D \ C \\ \hline 6 \ C \ B \end{array}$$

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 7

11. 아래의 식에서 각 문자는 서로 다른 숫자를 나타낸다고 하자. 만약 $O=2, F=1, E=8$ 이고 모든 문자들이 9를 나타낼 수는 없다면, V 에 들어갈 숫자는 무엇인가?

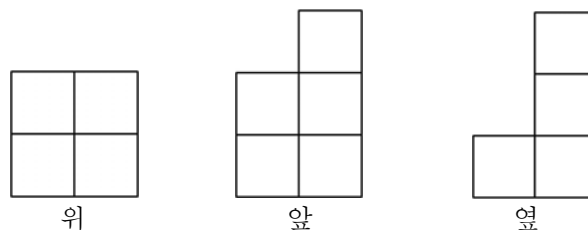
$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline \end{array}$$

- (A) 4 (B) 6 (C) 3 (D) 8 (E) 5
12. 아래 그림의 입체도형을 위에서 보면 어떠한 모양으로 나타나겠는가?



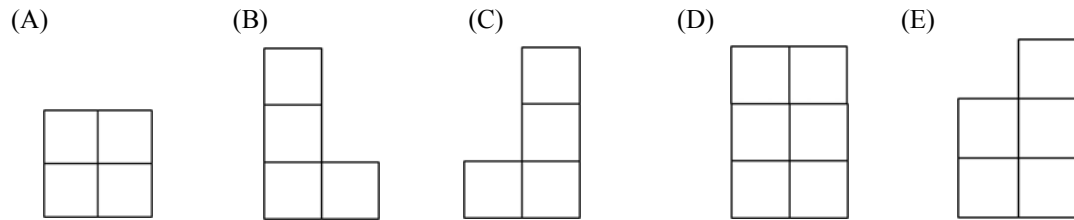
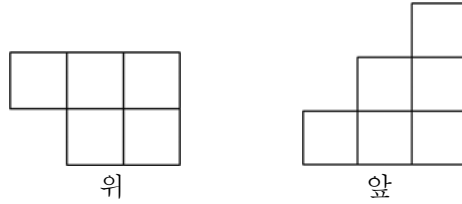
- (A) (B) (C) (D) (E)

13. 아래의 그림들은 입체도형을 세 개의 다른 방향에서 봤을 때의 모양을 보여준다. 이 입체도형을 만들기 위해서는 총 몇 개의 단위 정육면체가 필요하겠는가?

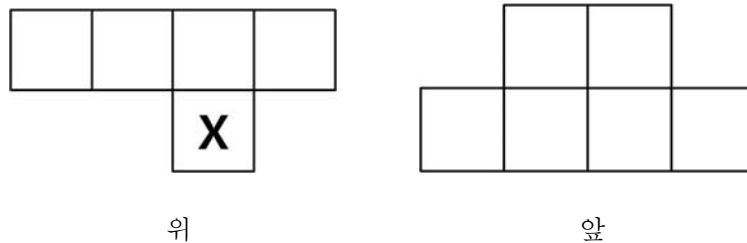


- (A) 5 (B) 10 (C) 13 (D) 7 (E) 9

14. 아래의 그림은 입체도형을 두 개의 방향에서 봤을 때의 모양을 보여준다. 보기 중, 입체도형을 옆에서 봤을 때의 모습으로 가능하지 않은 것은?

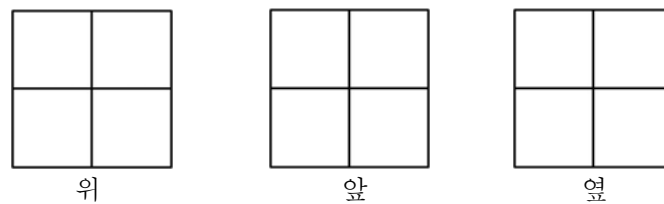


15. 아래의 그림은 입체도형을 두 개의 방향에서 봤을 때의 모습을 보여준다. X 표시된 자리에 쌓여 있는 정육면체의 개수로 가능한 수는 무엇인가?



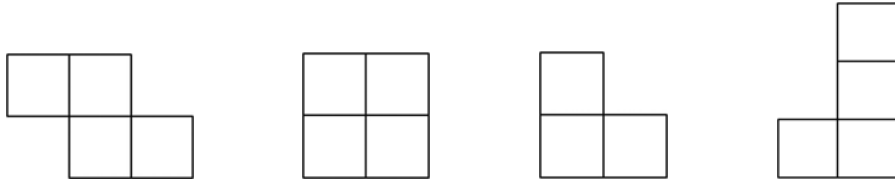
- (A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 3 (E) 4

16. 아래의 그림들은 입체도형을 세 개의 방향에서 봤을 때의 모습을 보여준다. 이 입체도형을 만들기 위해 필요한 단위 정육면체의 최소 개수는 몇 개인가?



- (A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 5 (E) 6

17. 아래 주어진 네 개의 조각들로 만들 수 있는 모양은 무엇인가?



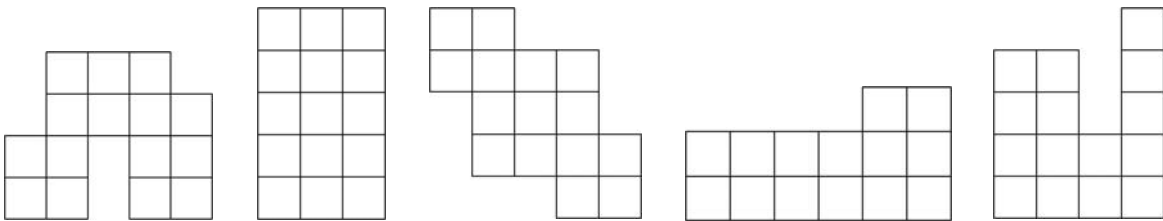
(A)

(B)

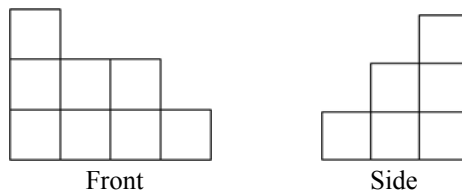
(C)

(D)

(E)



18. 아래의 그림들은 입체도형을 앞과 옆에서 본 모양을 보여준다. 입체도형을 만드는 데에 사용될 수 있는 단위 정육면체의 개수는 최대 몇 개인가?



(A) 21

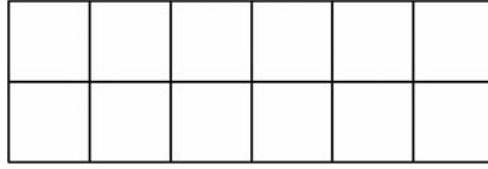
(B) 25

(C) 17

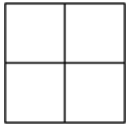
(D) 13

(E) 19

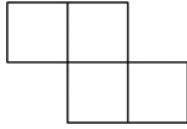
19. 보기 중 한 가지 조각만 사용하여 다음 모양을 덮으려고 할 때, 아래의 모양을 완전히 덮을 수 없는 조각은 무엇인가?



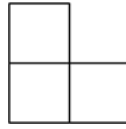
(A)



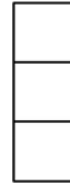
(B)



(C)



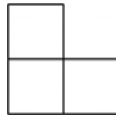
(D)



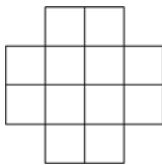
(E)



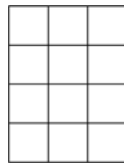
20. 아래 주어진 조각만을 사용하여 덮을 수 없는 모양은 보기 중 어떤 것인가?



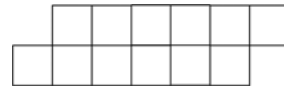
(A)



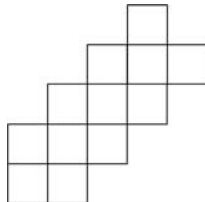
(B)



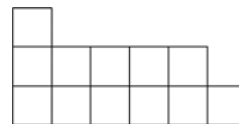
(C)



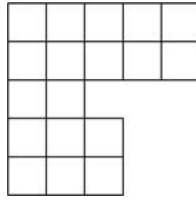
(D)



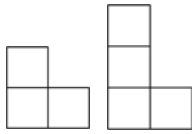
(E)



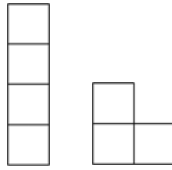
21. 상준이는 여러 개의 조각을 사용하여 5×5 격자판을 만들었다. 이 격자판을 옮기는 도중에 상준이는 두 조각을 잃어버려서 아래 모양만이 남았다. 잃어버린 조각으로 가능한 보기는 무엇인가?



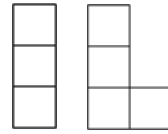
(A)



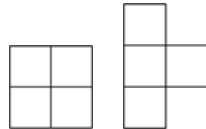
(B)



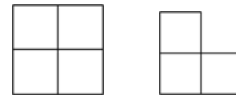
(C)



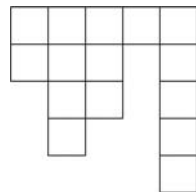
(D)



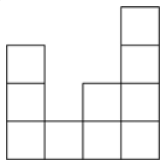
(E)



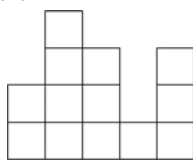
22. 아래 주어진 모양과 합쳐서 정사각형을 만들 수 있는 조각은 보기 중 어떤 것인가?



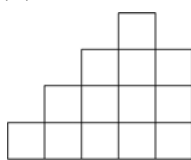
(A)



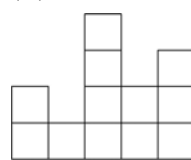
(B)



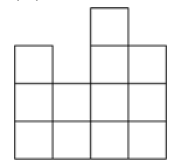
(C)



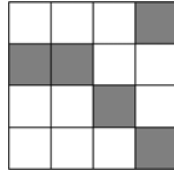
(D)



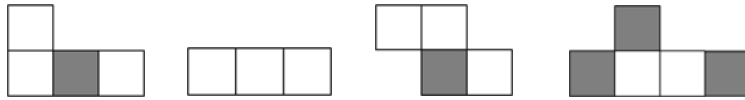
(E)



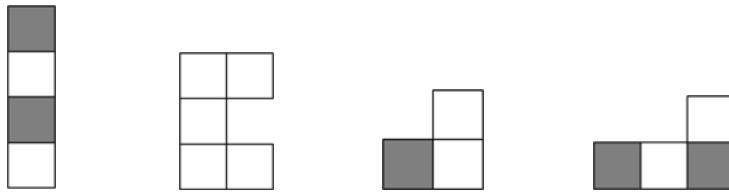
23. 보기 중 어떤 조각들이 다음 모양을 만들 수 있는가?



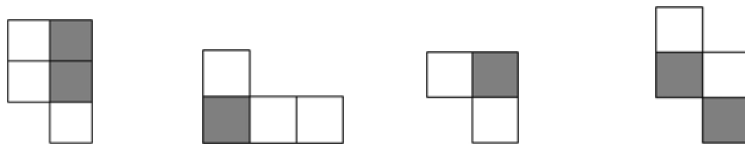
(A)



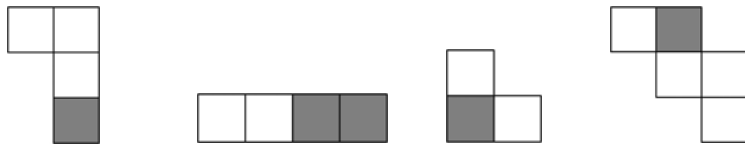
(B)



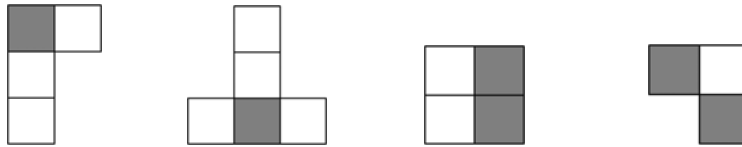
(C)



(D)



(E)



24. 아래에 주어진 표에서 이웃한 세 칸에 들어가는 숫자의 합은 항상 일정하다. 색칠된 칸에 들어갈 숫자는 무엇인가?

3		5					
---	--	---	--	--	--	--	--

(A) 5

(B) 3

(C) 8

(D) 2

(E) 15

25. 3×3 격자판에 각 행과 열, 그리고 대각선에 들어가는 숫자들의 합이 일정하게 숫자를 배열하려고 한다. 1, 3, 5, 7, ... 15, 17의 숫자들을 한 번씩만 사용한다고 할 때, 격자판의 가운데 칸에 들어갈 숫자는 무엇인가?

- (A) 3 (B) 11 (C) 17 (D) 9 (E) 5

26. 4×4 격자판에는 일정한 규칙에 따라 숫자가 배열되어 있다. 이 중 몇 칸이 지워지는 바람에 숫자 몇 개가 보이지 않게 되었다. 색칠된 칸에 들어갈 숫자는 무엇인가?

1	3		7
2	5	10	17
4			36
6	15		70

- (A) 8 (B) 50 (C) 19 (D) 27 (E) 36

27. 3×3 격자판의 각 행과 열에 1, 2, 3 이 한 번씩만 들어가도록 숫자가 배열되어있다. 가운데 칸에 들어갈 숫자는 무엇인가?

	1	
2		
		3

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

28. 한 개의 3×3 격자판에 숫자가 배열되어 있다. 두 번째 격자판에는 첫 번째 격자판의 숫자들을 일정한 규칙에 따라 변환된 숫자가 배열되어 있다. 두 번째 격자판 가운데 칸에 들어갈 숫자는 무엇인가? (각 격자판의 몇 칸들은 지워져서 잘 보이지 않는다.)

1		9
3	8	5
	4	16

5	17	
9		13
27	11	35

(A) 23

(B) 24

(C) 32

(D) 19

(E) 14

[연습문제 답과 해설]

Answers and Problems

각 단원 연습 문제 답

*1 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$x=0,$ $y=0$	a, b, c 는 존재하지 않는다	$53x$ + $86y$	6	100	47	1000	7	6	750	$8x$ +1	$32x$ + $11y$	2000	-5	$-5x$ -17
16	17	18	19	20	21									
$20-xy,$ 14cm	$-13x+18$	18	남자: 8명, 여자: 7명	3	80 g									

*2 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	C	B	B	B	C	C	E	A	B	B	E	A	E
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	C	B	B	C	A	C	E	D	B	E	C	C	D	A

*3 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	D	C	A	75	33	6	2	6	4	841	\$4.10	14	C	30
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
50	36	15	6	170	4052169	7	1	D	2019	토요일	D	1235476	14	

*4 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	E	B	E	D	A	D	D	E	B	E	C	D	C	E
16	17	18	19	20										
D	A	D	B	E										

*5 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C	C	A	C	C	B	B	B	C	A	C

*6 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	A	D	C	C	A	E	C	D	A	C	B	D	A	A
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
E	C	E	B	E	A	A	A	B	D	C	C	D		

*7 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6
24	증명	$C = (A \cup B)^c$	증명	5 명	14 명

*8 단원 연습 문제

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	A	D	C	C	A	E	C	D	A	C	B	D	A	A
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
E	C	E	B	E	A	A	A	B	D	C	C	D		

2 단원 연습 문제 해설

1. 하루에 \$10 를 받는데 3 일을 일했으므로 $10 \times 3 = \$30$ 를 벌었고, 팁으로 \$5 를 받아서 $30 + 5 = \$35$ 를 벌었다.

답: (D)

2. $1.3 \times 7 = \$9.1$ 를 지불할 때 내야 하는 최소 \$1 지폐의 수는 $\left[\frac{9.1}{1} \right] + 1 = 10$ 장이다.

답: (B)

3. 처음에 주유한 기름의 양을 xL 이라고 하자. 1km 를 달리는데 1L 를 소비하는데 10km 를 달렸으므로 $(x-10)L$ 가 남았다. 25L 를 더 주유한 뒤 53km 를 달렸으므로 $(x-10) + 25 - 53 = x - 38 = 0L$ 이므로 처음에 주유한 기름은 38L 이다.

답: (C)

4. $(2 \blacksquare 7) \blacksquare 1 = (2 \times 7 - 2 + 7) \blacksquare 1 = 19 \blacksquare 1 = 19 - 19 + 1 = 1$ 이다.

답: (B)

5. 둘이 동시에 작업을 한다면 한 시간에 $50 + 75 = 125$ 장의 포스터를 만들 수 있다. 따라서 500 장을 만들기 위해서는 $\frac{500}{125} = 4$ 시간이 필요하다

답: (B)

6. $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100 \times 101}{5 \times 6 \times 7 \times \dots \times 100 \times 101 \times 102} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{102} = \frac{4}{17}$ 이다.

답: (B)

7. $x = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$ 이므로 $[x] = \left[\frac{7}{3} \right] = 2$

이다.

답: (C)

8. 받은 용돈은 $10 + 16 = \$26$ 인데, 동생과 똑같이 나눴으므로 인하가 가지는 돈은 $\frac{26}{2} = \$13$ 이다.

답: (C)

9. 원래 사과가 x 개 있었다고 하면 내일까지 남은 사과의 수는 $\frac{x}{2} - 3 - 11 = \frac{x}{3}$ 이므로

$\frac{x}{2} - 14 = \frac{x}{3}$ 이고, $\frac{x}{6} = 14$ 이다. 따라서 처음 사과의 개수는 $6 \times 14 = 84$ 개다.

답: (E)

10.

$$\frac{1 \times 2}{100 \times 99} \times \frac{3 \times 4}{98 \times 97} \times \frac{5 \times 6}{96 \times 95} \times \dots \times \frac{97 \times 98}{4 \times 3} \times \frac{99 \times 100}{2 \times 1} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100} = 1 = k$$

이므로 $k^2 = 1^2 = 1$ 이다.

답:(A)

11. $Max(A) = 80, Max(B) = 40, Max(D) = 70, Max(E) = 70$ 이므로

$$\frac{Max(A) \times Max(E)}{Max(B) \times Max(D)} = \frac{80 \times 70}{40 \times 70} = 2 \text{ 이다.}$$

답:(B)

12. 양의 실수를 x 라고 할 때, 그 역수보다 작거나 같아야 하므로 $x \leq \frac{1}{x}$ 을 만족한다. x 가양수이므로 부등식의 양변에 x 를 곱하면, $x^2 \leq 1$ 이므로 $0 < x \leq 1$ 을 만족하는 중 최대인 것은 1 이다.

답:(B)

13. 작년의 Peanut Butter Jam 의 가격을 x 원이라고 하자. 올해는 가격이 40%가 인상되었으므로 정가는

$$x \times \left(1 + \frac{4}{10}\right) = x \times \frac{14}{10} = \frac{7}{5}x \text{ 원}$$

이다. 이 때, 한 개를 사면 한 개를 덤으로 주므로 주연이는 한 개당

$$\frac{7}{5}x \div 2 = \frac{7}{10}x \text{ 원}$$

에 산 셈이다. 따라서 주연이는 작년의 가격보다

싼 가격에 구매하였다.

답:(E)

14. 저금통에 있던 동전의 수를 x 개라고 할 때, 500 원짜리 동전, 100 원짜리 동전, 50 원짜리 동전은 각각

$$\frac{20}{100}x \times 500 = 100x \text{ 원}$$

$$\frac{20}{70}x \times 100 = 70x \text{ 원}$$

$$\frac{10}{100}x \times 50 = 5x \text{ 원}$$

이다.

따라서 저금통에 들어있던 금액의 총합은

$$100x + 70x + 5x = 175x \text{원}$$

이다. 이 중에서 100 원짜리 동전이 전체 금액에서 차지하는 퍼센트는

$$\frac{70}{175} \times 100 = 40\%$$

이다.

답:(A)

15. 7월부터 15일까지는 홀수 날이 5 일, 짝수 날이 4 일이다. 따라서 아이는

$$5 \times \frac{3}{4} + 4 \times \frac{1}{3} = \frac{15}{4} + \frac{4}{3} = \frac{61}{12} \text{권}$$

을 읽을 것이다. 따라서 아이는 $\left[\frac{61}{12} \right] = 5$ 개의 사탕을 받을 수 있다.

답:(E)

16. $4 = 2^2$ 이므로

$$(\text{준식}) = \frac{2^5}{4^1} \times \frac{2^6}{4^2} \times \dots \times \frac{2^{10}}{4^6} = \frac{2^5}{2^2} \times \frac{2^6}{2^4} \times \dots \times \frac{2^{10}}{2^{12}} = \frac{2^{5+6+\dots+10}}{2^{2+4+\dots+12}} = \frac{2^{45}}{2^{42}} = 2^3$$

이다. 따라서 $m = \frac{3}{2}$ 이다.

답:(B)

17. 첫날은 24 개, 두 번째 날은 23 개, 그 다음 날은 22 개, x 번째 날에는

$$24 - (x - 1) = (25 - x) \text{개}$$

를 외우게 된다. 외워야 할 단어는 300 개이므로, x 번째 날에 다 외우게 되었다면 그 때까지 외운 단어의 수는 300 개 이상이어야 한다.

$$24 + 23 + 22 + \dots + (25 - x) = \frac{(40 - x)x}{2} \geq 300(49 - x)x \geq 300 \times 2 = 600$$

이므로

$$x^2 - 49x + 600 = (x - 24)(x - 25)$$

이다. 따라서 $24 \leq x \leq 25$ 이다. 24 일째 단어를 다 외우고 25 일째에는 단어를 0 개 외우므로 24 일만에 다 외우게 된다.

답:(C)

18. 블로그에 방문한 사람의 수를 x 명이라고 할 때, $\frac{1}{5}x$ 명이 검색을 통해서 방문하고, 그 중

$$\frac{1}{5}x \times \frac{45}{100} = \frac{9}{100}x \text{명}$$

이 ‘경제학’이라는 단어를 검색하여 방문했다. 방문한 수가 2000 명이므로 $2000 \times \frac{9}{100} = 180$

명이 ‘경제학’이라는 단어를 검색함으로써 블로그를 방문했다.

답:(B)

19. 원래 자료의 크기가 x KB 였다고 하면, 삭제 후 자료의 크기는

$$x - (35 \times 10 + 50 \times 8) = (x - 750)KB$$

이다. 문제에서 이것이 160KB 라고 했으므로, $x - 750 = 160$ 이고, $x = 910KB$ 이다.

답:(B)

20. 전체 염기 쌍의 수를 x 라고 하자. G 와 C 가 만드는 수소결합의 수는

$$\frac{2}{5}x \times 3 = \frac{6}{5}x \text{개}$$

이고, A 와 T 가 만드는 수소결합의 수는

$$\frac{3}{5}x \times 2 = \frac{6}{5}x \text{개}$$

이다. 이 때, 전체 수소결합들 중에서 G 와 C 가 만드는 것들의 비율은

$$\frac{\frac{6}{5}x}{\frac{6}{5}x + \frac{6}{5}x} = \frac{1}{2}$$

이다.

답:(C)

21. $a \oslash b = \frac{a-b}{ab}$ 이므로

$$\left(\frac{1}{764} \oslash \frac{1}{765} \right) \oslash \left(\frac{2}{579} \oslash \frac{2}{583} \right) = (765 - 764) \oslash \left(\frac{583}{2} - \frac{579}{2} \right) = 1 \oslash 2 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

이다.

답:(A)

22. 한 마리의 지네는 16 개의 신발이 필요하므로 100 개의 신발로 총

$$\left\lceil \frac{100}{16} \right\rceil = \left\lceil \frac{25}{4} \right\rceil = 6$$

마리의 지네에게 신발을 신겨줄 수 있다.

답:(C)

23. 부분분수에 관한 문제다. 분수에 대한 문제 중에서 응용 편에 속하므로 익히면 좋지만 몰라도 괜찮은 부분이다. 부분분수란

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \text{ (단, } a \text{ 와 } b \text{ 는 서로 다른 } 0 \text{ 이 아닌 실수이다)}$$

을 가리키는 말이다. 부분분수를 활용하여 풀면

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{10 \times 11} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

이다.

답:(E)

24. A 는 데이터 요금을 다 쓰려면 $\frac{500}{20} = 25$ 일이 걸리고, B 는 $\frac{500}{25} = 20$ 일이 걸린다. 따라서

A 는 B 보다 5일 더 걸린다.

답:(D)

25. 22명이 서로 모든 사람과 악수를 하는 경우의 수는

$${}_{22}C_2 = \frac{22 \times 21}{2} = 231 \text{가지}$$

이다. 이 중에서 부부가 x 쌍 있다고 하면, 기혼자인 사람들은 $2x$ 명이고, 이들 간의 악수를 하는 경우의 수는

$${}_{2x}C_2 = \frac{2x(2x-1)}{2} \text{가지}$$

이다. 이 때, 모든 악수 중 기혼자들끼리의 악수의 비율은

$$\frac{\frac{2x(2x-1)}{2}}{231} = \frac{x(2x-1)}{231} = \frac{2}{7}$$

이므로,

$$2x^2 - x - 66 = 0$$

이므로

$$x = 6$$

이다. 따라서 기혼자는

$$2x = 12 \text{명이다.}$$

답:(B)

26. 넘치지 않게 최대 6번 물을 부을 수 있다는 것은 6번 부으면 넘치지 않지만, 7번 부으면 넘친다는 뜻이다. 따라서

$$6x \leq 72 < 7x$$

$$\frac{72}{7} < x \leq 12$$

이다. 이 때, x 의 최대는 12이고, 최소는 11이다. 따라서 x 가 취할 수 있는 값의 최대와 최소의 합은 23이다.

답:(E)

27. 준혁이는 1시간에 문제 2.5년도 치를, 해설 2년도 치를 번역한다. 상원이는 준혁이보다 2배 빠르게 일을 할 수 있으므로 1시간에 문제 5년도 치를, 해설 4년도 치를 번역할 수 있다.

상원이와 준혁이와 함께 작업한다면 1 시간에 문제 7.5 년도 치를, 해설 6 년 치를 번역할 수 있다. AMC8 1999 년부터 2013 년까지는 15 년 차이므로, 문제를 번역하는 데는 $\frac{15}{7.5} = 2$ 시간이

걸리고, 해설을 번역하는 데는 $\frac{15}{6} = 2.5$ 시간이 걸린다. 따라서 총 4.5 시간 = 4 시간 30 분이 걸린다.

답:(C)

28. 15km 의 트랙 중에서 인하가 x km 를 달리고, 상준이가 $(15-x)$ km 를 달렸다고 하자. 걸린 시간은 인하가 $\frac{x}{4}$ 시간, 상준이가 $\frac{15-x}{3.5} = \frac{30-2x}{7}$ 시간이 걸린다. 같은 시간이 걸렸다고 했으므로,

$$\frac{x}{4} = \frac{30-2x}{7}$$

이다. 즉,

$$\begin{aligned} 7x &= 120 - 8x \\ x &= \frac{120}{7+8} = \frac{120}{15} = 8 \end{aligned}$$

이다. 인하는 8km 를 시속 4km 의 속력으로 달렸으므로 2 시간이 걸렸고, 달리기 시작한 후 1 시간 마다 물을 마시므로 물을 2 번 마셨다.

답:(C)

- 29.

$$a \bowtie b = \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{ab}{b-a} \times \frac{a+b}{ab} = \frac{a+b}{b-a}$$

이므로,

$$(21 \bowtie 35) \bowtie 8 = \frac{21+35}{35-21} \bowtie 8 = 4 \bowtie 8 = \frac{4+8}{8-4} = 3$$

이다.

답:(D)

30. 주연이는 1 시간에 면적 $\frac{5}{2}$ 만큼 깎을 수 있다. 따라서 처음에 혼자 의 절반을 깎을 때, 1 시간이 걸렸다. 그리고 남은 $\frac{5}{2}$ 는 다연이와 주연이가 함께 깎았는데, 주연이와 다연이가

함께 일했을 때의 일률은 1 시간에 $4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$ 이므로, 걸린 시간은 $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{13}{2}} = \frac{5}{13}$ 시간이다. 따라서

총 걸린 시간은 $1 + \frac{5}{13} = \frac{18}{13}$ 시간이다.

답:(A)

3 단원 연습 문제 해설

- 2의 8제곱은 4의 4제곱이다. $2^8 = (2^2)^4 = 4^4$
답: (C)
- 30의 약수의 개수를 물어보는 문제이다. 30의 약수로는 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30이 있다. 아이들의 수는 1명보다 많다고 했으므로, 1을 제외한 약수들의 개수는 총 7개이다.
답: (D)
- 각 수들을 소인수분해 한 뒤, 2와 5 이외의 약수가 포함되어 있는 수는 2와 5만으로 만들 수 없는 수이다. 24를 소인수분해하면 $2 \times 2 \times 2 \times 3$ 이 되고, 3을 포함하고 있어서 2와 5만으로는 만들 수 없는 수이다.
답: (C)
- 8월 7일이 수요일이라면, 7월 31일, 24일, 17일은 수요일이다. 14일은 3일 전으로, 일요일이 되겠다.
답: (A)
- $2013 = 3 \times 11 \times 61$
 $3 + 11 + 61 = 75$
답: 75
- 6으로 나누어도, 10으로 나누어도 나머지가 3인 수는 6과 10의 공배수 + 3의 꼴이다. 이들의 공배수들 중 제일 작은 수인 최소 공배수는 30이다. 나머지가 3이므로, 답은 33.
답: 33
- 60을 나누어서 나머지가 4가 남는 수는 56의 약수들이다. 그 중, 8을 넘지 않는 수는 7, 4, 2, 1이 있는데, 나머지가 4이므로, 4는 될 수 없다. 그래서 총 인원 수는 7명이고, 영재를 빼면 6명의 친구들이 있음을 알 수 있다.
답: 6명
- 18과 24, 20의 최대공약수를 구하는 문제이다.

$$\begin{aligned}
 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\
 24 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\
 20 &= 2 \times 2 \times 5 \text{ 이므로,}
 \end{aligned}$$

이들의 최대공약수는 2이다.

답: 2명

- 즉, 18개의 조각이었든, 12개의 조각이었든 모두가 동일하게 먹을 수 있었다라는 의미이다. 그 중 최댓값은 곧 18과 12의 최대공약수를 구하라는 것과 의미가 상충한다. 그래서, 18과 12의 최대공약수는 6이다.

답: 6명

10. “재미있는 게임”을 하기 위해서는 한 사람당 카드 수가 8 개 이상이어야 하므로, 52 의 약수들 중에서 8 이상의 수들의 개수만 센다면, 우리들은 사람 수의 가짓수를 구할 수 있다. 그러면서 3 명 이상의 사람인 것을 구하면 된다. 그래서, 52 의 약수들 중 8 이상의 수는, 13,

26 인데, $\frac{52}{26} = 2, \frac{52}{13} = 4$ 이므로, “재미있는 게임”을 하기 위해 필요한 사람의 수는 4 명이다.

답: 4 명

11. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 최소공배수에 1만 더해준 수는 앞의 그 어떤 수로 나누어주더라도 최소공배수의 조건에 의해 문제의 조건을 만족한다. 그래서 그 값은, $840 + 1 = 841$

답: 841

12. 8월 - 2일/ 9월 - 30일/ 10월 - 31일/ 11월 - 19일. $2 + 30 + 31 + 19 = 82$ 일. 82일간 5센트씩 모았으므로, 총 410센트, 즉 4달러 10센트를 모은다.

답: 4달러 10센트

13. $14,288,400 = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 그래서 w, x, y, z 의 합은, $4 + 6 + 2 + 2 = 14$

답: 14

14. 각 자리의 수는 한 자리의 수임을 기억하며 30을 분해해보면, $30 = 6 \times 5 \times 1 = 5 \times 3 \times 2$.

그래서 각 가짓수 마다 6개의 3자리 수가 만들어지기 때문에 총 개수는 $6 + 6 = 12$

답: (C)

15. $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ 이므로, x 가 최소면서 $180 \times x$ 는 제곱수이기 위해서는 $x = 5$ 이다.

x 와 y 의 곱은 세제곱 수이기 때문에, y 의 최솟값은 5의 제곱인 25이다. 그래 x 와 y 의 합은 30.

답: 30

16. 백의 자리에 올 수 있는 수는 1 부터 7 까지의 수들 이다 (8 을 하면 십의 자리의 숫자도 8 이고, 이 두 수만 해도 벌써 합이 15 를 넘어섭니다). 각각의 가짓수를 다 해보면,

11 → 10개	22 → 10개	33 → 10개	44 → 8개
55 → 6개	66 → 4개	77 → 2개	

총: $10 + 10 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 50$ 개

답: 50 개

17. 십의 자리의 수를 $A+4$, 일의 자리의 수를 A 라 하자.

$$\{10 \times (A+4) + A\} - \{10 \times (A) + (A+4)\} = \{11A + 40\} - \{11A + 4\} = 40 - 4 = 36 \text{ 답: } 36$$

18. $18 = 13 + 5 = 13 + 3 + 2$
 $= 11 + 7 = 11 + 5 + 2$
 $= 11 + 3 + 2 + 2$
 $= 7 + 7 + 2 + 2$
 $= 7 + 5 + 2 + 2 + 2$
 $= 7 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2$

$$\begin{aligned}
 &= 5 + 5 + 5 + 3 \\
 &= 5 + 5 + 3 + 3 + 2 \\
 &= 5 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 \\
 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \\
 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 \\
 &= 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \\
 &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
 \end{aligned}$$

답: 15 개

19.

25 센트: 4 개	10 센트: 3 개	5 센트: 3 개	1 센트: 5 개
25 센트: 3 개	10 센트: 3 개	5 센트: 9 개	1 센트: 0 개
25 센트: 3 개	10 센트: 7 개	5 센트: 0 개	1 센트: 5 개
25 센트: 2 개	10 센트: 7 개	5 센트: 6 개	1 센트: 0 개
25 센트: 1 개	10 센트: 11 개	5 센트: 3 개	1 센트: 0 개
25 센트: 0 개	10 센트: 15 개	5 센트: 0 개	1 센트: 0 개

답: 6 가지

20. $A + B =$ 제곱수의 가짓수를 구해보자. 백의 자리를 A 라고 했을 때, 백의 자리에는 0이 들어갈 수 없다. 그럴 때의 가짓수를 나열해보면:

제곱수 = 1 일 때, $(A, B) = (1, 0) \rightarrow 1$ 가지

제곱수 = 4 일 때, $(A, B) = (4, 0), (3, 1), (2, 2) \rightarrow 1 + 2 + 1 = 4$ 가지

제곱수 = 9 일 때, $(A, B) = (9, 0), (8, 1), (7, 2), (6, 3), (5, 4) \rightarrow 1 + 2 + 2 + 2 + 2 \rightarrow 9$

제곱수 = 16 일 때, $(A, B) = (9, 7), (8, 8) \rightarrow 2 + 1 = 3$ 가지

각 가짓수마다 10의 자리의 숫자에 10가지의 수가 올 수 있으므로, 총 합에 10을 곱해준다. 그래서 우리가 구하는 답은: $(1 + 4 + 9 + 3) \times 10 = 170$ 가지

답: 170 가지

21. 어떤 사물함에 아이가 홀수 번 들렀다면, 그 사물함은 열려 있을 것이고, 짝수 번 들렀다면, 그 사물함은 닫혀 있을 것이다. 그렇다면 약수의 개수가 홀수개인 수 들은 어떤 규칙을 가지고 있는지 알아보면, 제곱수들, 예를 들어서 4와 같은 수들은 2×2 처럼 한 약수의 제곱으로 되어 있어서 약수의 개수는 홀수 개가 된다. 그래서 결국 열려 있는 사물함들은 제곱수 번째에 있는 사물함들이다. 2013번째로 열려있는 사물함은 앞에서부터 2013^2 번째의 수임을 알 수 있다.

답: 4052169

22. 아무 이유 없이 이렇게 큰 수를 내지는 않다. 규칙을 찾는 것이 중요하다. 어차피 100의 자리의 수부터는 아무런 의미가 없으므로, 여러 번 계산을 해본다면 뒤의 두 자리가 $07 \rightarrow 49 \rightarrow 43 \rightarrow 01 / \rightarrow 07 \rightarrow 49 \rightarrow 43 \rightarrow 01 / \dots$ 으로 계속 4개의 수가 반복된다는 사실을 알 수 있다. 그러므로, 107^{2013} 의 뒤의 두 자리의 수는 2013번째로 오는 43이라는 것을 알 수 있다. 그래서 답은 $4 + 3 = 7$

답: 7

23.

	X		X	
X				X
		K		
X				X
	X		X	

나이트를 K라 표현하자. 나이트는 한 번에 X표가 쳐져 있는 곳으로 움직이게 되는데, 앞으로 한 칸 가고, 대각선으로 한 칸 가게 되어, 색이 칠해져 있는 곳으로부터 색이 칠해져 있지 않은 곳으로 이동하게 된다. 그 다음은 다시 색이 칠해져 있는 곳으로 오게 된다.

이 알고리즘을 사용시, 우리들은 오른쪽과 같이 주어진 그림을 칠해볼 수 있다. 나이트는 색이 칠해진 곳에서 시작해, 3번 움직이고 색이 없는 곳에만 도달할 수 있다. 그래서 나이트는 3번의 움직임 내로는 아무리 잘 움직여봐도 1번에는 도달 할 수 없다.

답: 1번

K			5	
	2			1
				4
	3			

24. 아이들의 수는 일정하므로, 그것을 그냥 b 라 하자. 그리고 의자 개수 또한 일정하므로 그냥 a 라 하자. 그러면 식을 두 개 만들 수 있다.

$$6 \times a + 2 = b, \quad 8 \times (a - 2) + 4 = b$$

두 식을 결합하면,

$$6a + 2 = 8a - 16 + 4$$

정리하면,

$$2a = 14, a = 7, \quad b = 6 \times 7 + 2 = 44$$

$$a + b = 7 + 44 = 51$$

답: (D)

25. 어떤 해의 첫 번째 날이 월요일이었다면, 그 다음 해의 첫 번째 날은 화요일이 되고, 윤년일 경우에는 수요일이 되는 사실을 응용하자.

2013 - 토요일 2014 - 일요일 2015 - 월요일 2016 - 화요일 2017 - 목요일 (2016 윤년)

2018 - 금요일 2019 - 토요일

답: 2019 년

26. 1100일은 $365 + 365 + 365 + 5$ 이다. 그래서 일단 3년 전임을 직감할 수 있는데, 2012년은 윤년이다. 그래서 $1100 = 365 + 366 + 365 + 4$ 로 두는 것이 맞다. 1년 뒤로 갈 때마다 같은 날 요일은 하나씩 뒤로 가므로, 3년 전 4월 10일은 수요일이 된다. 그로부터 4일 전은 토요일이다.

답: 토요일

27. 먼저, 10문제를 푸는데 걸리는 시간은 10시간, 그러면 5개의 문제를 더 배정받는다. 5개의 문제를 푸는데 걸리는 시간은 5시간, 그러면 2개의 문제를 더 배정받고, 1시간 후에 하나의 문제가 추가로 나온다. 2개의 문제를 푸는데 걸리는 시간은 2시간, 그러면 1개의 문제를 더 배정받고, 1시간

후에 하나의 문제가 추가로 나온다. 1개의 문제를 푸는데 걸리는 시간은 1시간, 그러면 그 전에 쌓여있던 1시간과 푸는데 걸리는 시간 1시간이 합해져 문제 하나를 더 배정받는다. 마지막 문제를 푸는데 걸리는 시간은 1시간이므로, 총 $10 + 5 + 2 + 1 + 1 = 19$ 시간이 걸린다.

답: (D)

28. 11의 배수의 특징은 바로 홀수 번째에 있는 수들의 합에서 짝수 번째에 있는 수들의 합을 뺄 때, 그 절대값이 0이거나 11의 배수라는 것이다. 1부터 7까지의 수의 합은 28이므로, 홀수 번째와 짝수 번째에 있는 수들의 합은 각각 14, 14이거나 25, 3이다. 25, 3은 불가능하므로, 우리들은 14, 14로 수를 4개와 3개로 분리하면 된다. 최소의 수를 구하는 것이므로 최대한 왼쪽에 작은 수를 배열해야지만 되므로, 이 조건을 만족하며 분류해보면 1, 3, 4, 6과 2, 5, 7으로 분류가 된다. 그래서 우리가 구하는 수는, 1,235,476이다.

답: 1,235,476

29. 총 196명에 7반이므로, 한 개의 반당 28명의 학생들이 동일하게 들어간다. 선생님 한 분당 학생 14명이 배정되므로, 한 반당 선생님 2분이 배정되는 것이다. 7반이 있으므로, 총 선생님의 수는 14분이다.

답: 14

4 단원 연습 문제 해설

1. 두 개의 동전의 윗면을 나타내는 순서쌍은 (앞면, 앞면), (앞면, 뒷면), (뒷면, 앞면), (뒷면, 뒷면) 이렇게 네 경우가 있다. 이 중 윗면이 같은 경우는 (앞면, 앞면) 그리고 (뒷면, 뒷면)이다. 따라서, 구하는

확률은 $\frac{\text{특정 경우의 수}}{\text{전체 경우의 수}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 이다.

답: (C)

2. 주사위를 던져서 나올 수 있는 경우는 1, 3, 3, 4, 6, 그리고 8, 즉 6가지다. 그 중 짝수가 나오는

경우는 4, 6, 그리고 8 이렇게 세 가지다. 따라서, 구하는 확률은 $\frac{\text{특정 경우의 수}}{\text{전체 경우의 수}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 이다.

답: (E)

3. 이 동전을 던졌을 때, 뒷면이 나올 확률을 p 라고 하면 앞면이 나올 확률은 $2p$ 가 된다. 그런

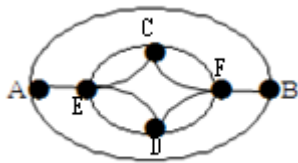
데 동전을 던졌을 때 앞면 또는 뒷면이 나올 확률은 1이므로 $p + 2p = 3p = 1$ 이다. 즉, p 는 $\frac{1}{3}$ 이 된다.

답: (B)

4. 각 행에는 5개의 점이 있다. 따라서, 각 행에서 한 점씩을 고르는 경우의 수는 총 $5 \times 5 \times 5 = 125$ 가지다.

답: (E)

5. 우선, A와 연결된 세 길 중에서 윗길이나 아랫길로 가면 바로 B점에 도착한다. 가운데에 있는 길로 걸어서 E에 도착하는 경우, C로 가는 경로 2개와 D로 가는 경로 2개가 있다. C에서 F로 가는 경로와 D에서 F로 가는 경로 역시 2개씩 있다. F에서 B까지 가는 길은 하나다. 즉, E에서 B까지 가는 가능한 경우의 수는 (C를 거쳐서 F로 가는 경우)+(D를 거쳐서 F로 가는 경우) $= 2 \times 2 + 2 \times 2 = 8$ 가지다. 따라서, A에서 B까지 가는 전체 길의 수는 $1 + 8 + 1 = 10$ 가지다.



답: (D)

6. Charlie와 Davy 둘 다 숙제를 안 할 확률은 (Charlie가 숙제를 안 할 확률) \times (Davy가 숙제를 안

할 확률) $= \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$ 이다.

답: (A)

7. 한 개의 주사위를 던졌을 때 짝수가 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 그런데 n 개의 주사위를 던졌을 때

나오는 눈들이 모두 짝수일 확률이 $\frac{1}{8}$ 이라 했으므로 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ 이다. 따라서, n 의 값은 3 이다.

답: (D)

8. 삼각형이 되기 위해서는 세 점 다 같은 직선 상에 있으면 안되므로, 점O 이외의 두 점은 직선 \overline{ABC} 또는 직선 \overline{DEFG} 위에서 하나씩 선택해야 된다. 직선 \overline{ABC} 위의 점들 중 고를 수 있는 것은 A, B, C 세 가지고, 직선 \overline{DEFG} 위에서 고를 수 있는 점은 D, E, F, G 네 가지가 있다. 따라서, 구하는 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$ 가지다.

답: (D)

9. Terry가 25센트짜리 동전을 쓰지 않고 지불할 수 있는 금액의 가짓수부터 세본다. 일단, Terry는 9개의 1센트짜리 동전들을 사용해서 0~9센트의 금액을 지불할 수 있다. 추가로 5센트짜리 동전이 2개가 있으니 이것까지 사용하면 0~19센트의 금액을 지불할 수 있다. 또한, 이 20가지 경우마다 25센트짜리 동전을 사용한다면 25~44센트의 금액도 지불할 수 있다. 그런데 여기서 0센트의 경우는 ‘지불’한다고 볼 수 없으므로 빼야 된다. 따라서 구하는 경우의 수는 $20 + 20 - 1 = 39$ 가지다.

답: (E)

10. 정육면체 형태의 주사위를 던져서 홀수가 나올 확률은 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 이고, 정십이면체 형태의 주사위를 던져서 홀수가 나올 확률은 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 이다. 따라서 둘 다 홀수가 나올 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ 이다.

답: (B)

11. 노란색, 빨간색, 주황색, 그리고 파란색이 나올 확률은 각각 $2p, 3p, 4p$, 그리고 $5p$ 다. 원판을 돌렸을 때 초록색, 노란색, 빨간색, 주황색, 또는 파란색이 나올 확률은 1이므로 $p + 2p + 3p + 4p + 5p = 15p = 1$ 이다. 즉, $p = \frac{1}{15}$ 이다. 따라서, $\frac{1}{5} > p > 0$ 이다.

답: (E)

12. Johann은 0개에서 5개까지의 5센트짜리 동전, 0개에서 2개까지의 10센트짜리 동전, 그리고 0개에서 n 개까지의 25센트짜리 동전을 낼 수 있다. 즉, $6 \times 3 \times (n+1) = 126$ 이므로, n 의 값은 6이다.

답: (C)

13. 우선, Wilder가 한 칸짜리 계단을 올라갈 수 있는 방법은 1가지다. 그가 두 칸짜리 계단을 이동할 수 있는 방법은 한 칸씩 두 걸음으로 오르는 방법과 한 번에 두 칸을 올라가는 방법 이렇게 두 가지다. Wilder가 세 칸짜리 계단을 올라가는 경우는 첫 걸음이 한 칸짜리인지, 두 칸짜리인지 나누어서 생각해볼 수 있다. 첫 걸음이 한 칸짜리인 경우, 나머지 두 칸을 올라가는 방법은 앞에서 봤듯이 두 가지고, 첫 걸음이 두 칸짜리인 경우, 나머지 한 칸을 올라가는 방법은 앞에서 봤듯이 한 가지다. 즉, 세 칸짜리 계단을 올라가는 방법은 총 세 가지인 것이다. 네 칸짜리 계단을 오르는 경우도 마찬가지로 $3 + 2 = 5$ 가지다. 다섯 칸짜리 계단 역시 $5 + 3 = 8$ 가지다.

*Wilder가 계단을 오를 수 있는 방법은 계단의 층 수에 따라 피보나치 수열로 나타낼 수 있다.

답: (D)

14. 우선 $\overline{ABCD}, \overline{EFG}, \overline{HI}, \overline{JK}$ 중 3개를 골라서 각 경우마다 생각해보자. \overline{ABCD} 를 제외한 나머지 세 변을 고른 경우, 각 변에서 점을 골라서 삼각형의 세 꼭지점으로 삼는 가짓수는 $2 \times 2 \times 3 = 12$ 가지다. 마찬가지로 \overline{EFG} 를 제외한 세 변 위의 점을 하나씩 고르는 경우의 수는 $4 \times 2 \times 2 = 16$ 가지, \overline{HI} 를 제외한 나머지 세 변 위의 점을 하나씩 고르는 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 = 24$ 가지, 그리고 \overline{JK} 를 제외한 세 변 위의 점을 하나씩 고르는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ 가지니까 총 경우의 수는 $12 + 16 + 24 + 24 = 76$ 가지다.

답: (C)

15. 동전으로는 말이 앞으로 이동할 지, 뒤로 이동할 지 2가지 진행 방향을 정할 수 있고, 주사위로는 말이 한 칸을 움직일 지, 두 칸을 움직일 지, 세 칸을 이동할 지, 네 칸을 이동할 지, 다섯 칸을 이동할 지, 또는 여섯 칸을 이동할 지 정할 수 있다. 따라서, 참가자의 말이 이동할 수 있는 가짓수는 $2 \times 6 = 12$ 가지다.

답: (E)

16. 2개의 일반 동전은 앞면과 뒷면이 나올 확률이 각각 $\frac{1}{2}$ 이지만, 세 번째 동전의 경우 뒷면이 나올 확률을 p 라고 하면 앞면이 나올 확률은 $1.5p$ 이다. 이 동전을 던졌을 때 앞면 또는 뒷면이 나올 확률이 1이므로 $1.5p + p = 2.5p = 1$ 이라는 식을 유도해낼 수 있다. 따라서 p 는 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

일단 뒷면이 나오는 것이 첫 번째 동전일 확률은 (첫 번째 동전을 던졌을 때 뒷면이 나올 확률) \times (두 번째 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률) \times (세 번째 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$ 이다. 뒷면이 나오는 것이 두 번째 동전일 경우도 마찬가지다. 마지막으로 세 번째 동전에서 뒷면이 나올 확률은 (첫 번째 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률) \times (두 번째 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률) \times (세 번째 동전을 던졌을 때 뒷면이 나올 확률) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$ 이

다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$ 이다.

답: (D)

17. 첫 번째 후보를 여섯 명 중 네 명이 뽑을 확률은 (여섯 명 중 첫 번째 후보를 뽑을 네 명을 고르는 경우의 수) \times (첫 번째 후보를 뽑을 확률) $^4 \times$ (두 번째 후보를 뽑을 확률) $^2 = 15 \times p^4 \times (1-p)^2 = \frac{20}{243}$ 이다. 보기 중 위 식에서 p 를 만족시키는 값은 $\frac{1}{3}$ 이므로 답은 $\frac{1}{3}$ 이다.

답: (A)

18. A에서 B로 갈 수 있는 길과 B에서 C로 갈 수 있는 길은 3가지이고 C에서 D로 갈 수 있는 길은 5가지이므로 A에서 B와 C를 거쳐서 D까지 갈 수 있는 길은 총 $3 \times 3 \times 5 = 45$ 가지다. 또한 A에서 곧바로 D로 갈 수 있는 길도 있으므로 총 경우의 수는 $45 + 1 = 46$ 가지다.

답: (D)

19. 우선 Edward가 1센트짜리 동전들과 5센트짜리 동전들로 지불할 수 있는 금액들을 살펴보자.

1센트짜리 : 5센트짜리	0개	1개	2개	3개
0개	0	5	10	15
1개	1	6	11	16
2개	2	7	12	17
3개	3	8	13	18

여기서 5센트짜리 동전 한 개 대신 10센트짜리 동전을 사용하거나, 그냥 추가로 10센트짜리 동전

을 사용하면 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28센트 역시 지불 가능하다. 뿐만 아니라 이 금액들마다 25센트 동전을 1개 또는 2개 추가를 하면 $24 \times 3 = 72$ 가지가 가능하다. 그런데 이 중에서는 겹치는 금액들이 있다. 예를 들어 0, 1, 2, 3센트에다가 25센트짜리 동전을 추가하면 25, 26, 27, 28센트인데, 이런 것들이 중복이 된다. 중복되는 금액은 25, 26, 27, 28, 50, 51, 52, 53 이렇게 여덟 가지다. 또한, 0센트를 지불하는 것은 돈을 지불하지 않는 것과 같기 때문에 0센트를 내는 경우도 빼줘야 한다. 따라서 구하는 경우의 수는 $72 - 8 - 1 = 63$ 가지다.

답: (B)

20. Tony의 첫 걸음이 한 칸짜리였다면 Tony가 앞으로 올라갈 계단 수는 $n-1$ 이다. 또한, Tony의 첫 걸음이 두 칸짜리였다면 Tony가 앞으로 올라갈 계단 수는 $n-2$ 다. 따라서 Tony가 n 층 짜리의 계단을 올라가는 경우의 수를 a_n 이라고 표현하면 $a_n = a_{n+1} + a_{n+2}$ 다. 이것은 피보나치 수열이라고 볼 수 있다. 즉, n 이 3 이상일 때, n 층 짜리의 계단을 올라가는 경우의 수는 $n-1$ 층짜리 계단을 올라가는 경우의 수와 $n-2$ 층짜리 계단을 올라가는 경우의 수의 합과 같다. $a_1 = 1, a_2 = 2$ 이니까 $a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 8, a_6 = 13$, 그리고 $a_7 = 21$ 이다. 따라서, n 의 값은 7이다.

답: (E)

5 단원 연습 문제 해설

1. 평균은 $\frac{\text{총합}}{\text{갯수}}$ 니까, 나이는 $\frac{14+16+13+15+16+14+17}{7}$ 살이다.

답: (C)

2. 평균은 $\frac{\text{총합}}{\text{갯수}}$ 니까, 구하는 값은 $\frac{5+6+10+4+3+8}{6} = 6$ 이다.

답: (C)

3. 시간 = $\frac{\text{거리}}{\text{속도}}$ 니까 David 이 학교까지 갈 때 걸리는 시간은 $\frac{1}{10}$ 시간, 즉 $\frac{1}{10} \times 60 = 6$ 분이다.

답: (A)

4. Michael 이 갖고 있는 카드 40 장의 총 값은 $40 \times \$2 = \80 이고, Abigail 이 갖고 있는 카드 30 장의 총 값은 $30 \times \$3 = \90 이다. 즉, 그들이 갖고 있는 카드의 총 값은 $\$80 + \$90 = \$170$ 이 된다. 따라서 이 70 장의 카드의 평균 가격은 $\frac{\$170}{70} = \$2.42857...$ 이다. 보기 중 이 값과 가장 가까운 값은 2.5 다.

답: (C)

5. 도수분포표가 주어진 경우, 평균은 각 계급의 계급값과 도수를 곱한 값들의 총합을 도수의 총합으로 나눈 값인 점을 사용하면 된다. 구하는 평균은 $\frac{65 \times 1 + 75 \times 2 + 85 \times 4 + 95 \times 13}{1 + 2 + 4 + 13} = 89.5$ 다.

이것을 일의 자리까지 반올림하면 90이 된다.

답: (C)

6. 93, 93, 93, 93, 93, 95, 96, 98, 99, 100 이라는 10개의 자료 중 93이 가장 많이 등장하므로 93이 최빈값이다. 또한 자료의 개수가 짝수니까 크기 순으로 나열했을 때 가운데에 있는 두 수의 평균, 즉 94가 중앙값이다. 평균은 $\frac{93+93+93+93+93+95+96+98+99+100}{10} = 95.3$ 이다. 따라서, 최

빈값 < 중앙값 < 평균값이 된다.

답: (B)

7. James의 총 이동거리는 $1 \times 4 + 2 \times 5 + 1 \times 0 + 1 \times 3 = 17$ km다. 따라서 그의 평균 속력은 $\frac{17}{5} = 3.4$ km/h다.

답: (B)

8. 도수분포표를 만들어보자.

계급	도수
80점 이상 85점 미만	3
85점 이상 90점 미만	10
90점 이상 95점 미만	12
95점 이상 100점 미만	7

이런 경우에 평균은 각 계급의 계급값과 도수를 곱한 것의 총합을 전체 도수로 나눈 것과 같으니,

구하는 평균은 $\frac{82.5 \times 3 + 87.5 \times 10 + 92.5 \times 12 + 97.5 \times 7}{32} = \frac{2915}{32} = 91.09375$ 다. 이 값은 보기 중

에서 90에 가장 가깝다.

답: (B)

9. 시간-속도 그래프에서 이동거리는 그래프 밑의 넓이다. 즉, 0~4초 동안의 이동거리는

$\frac{1}{2} \times 3 \times 10 + 1 \times 10 = 15 + 10 = 25$ 다. 따라서 평균속력은 $\frac{\text{이동거리}}{\text{시간}} = \frac{25}{4} = 6.25 \text{ m/s}$ 다.

답: (C)

10. 홀수 번째 열에 적힌 숫자들의 총합과 짝수 번째 열에 적힌 숫자들의 총합을 더하면 숫자판

에 적혀 있는 숫자 전부의 합과 같게 된다. $\text{평균} = \frac{\text{총합}}{\text{개수}}$ 이므로 $\text{총합} = \text{평균} \times \text{개수}$ 점을 사용

하면 숫자판에 적혀 있는 숫자 전부의 합은 $15A + 15B$ 다. 마찬가지로 홀수 번째 행에 적힌 숫자들의 총합과 짝수 번째 행에 적힌 숫자들의 총합을 더하면 숫자판에 적혀 있는 숫자 전부의 합이다. 즉, (숫자판에 적혀 있는 숫자 전부의 합) $= 15A + 15B = 25C + 25D$ 다.

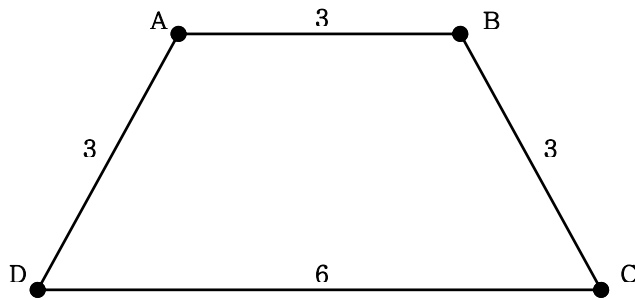
답: (A)

11. Jenny가 공을 새로 샀을 때 적힌 숫자들의 평균이 0.5 올라갔으니 공에 적힌 숫자들의 총합은 $0.5 \times 10 = 5$ 만큼 올라간 것이다. 10이 적힌 공을 새로 사서 공에 적힌 숫자들의 총합이 5가 올라갔으니 잃어버린 공에 적힌 숫자는 5가 된다.

답: (C)

6 단원 연습 문제 해설

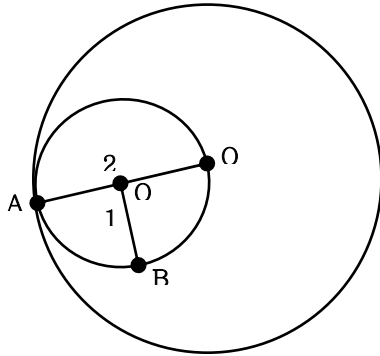
1.



사다리꼴의 넓이 공식은 $\text{높이} \times \frac{(\text{윗변} + \text{밑변})}{2}$ 이다. 높이를 구하면 $\text{높이} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 이므로 답은 D이다.

답: (D)

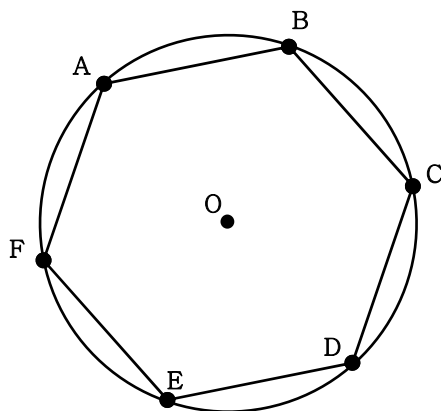
2.



원의 넓이는 반지름의 제곱에 비례하므로 답은 C이다.

답: (C)

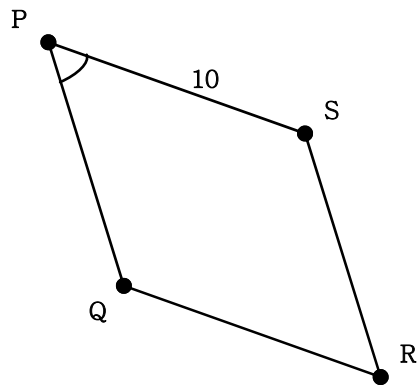
3.



$\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \dots = \overline{FA}$ 이다. 그러므로 정육각형의 둘레를 6이라 하면 원의 둘레는 2π 이다. 그러므로 답은 C이다.

답: (C)

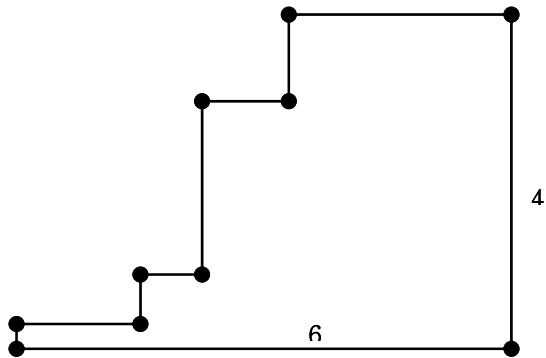
4.



정삼각형의 한 변의 길이가 a 일 때 그 넓이는 $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ 이다. 그러므로 답은 C이다.

답: (C)

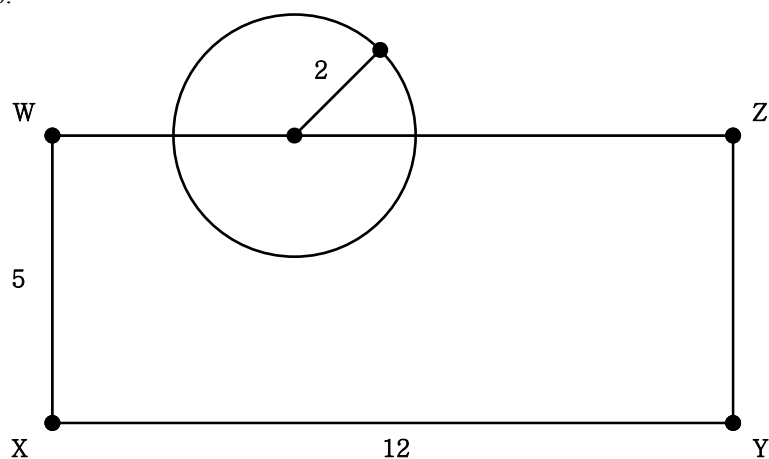
5.



아무리 많이 꺾여 있다 하더라도 결국 세로, 가로 길이는 각각 4, 6으로 일정하다. 그러므로 B이다.

답: (B)

6.



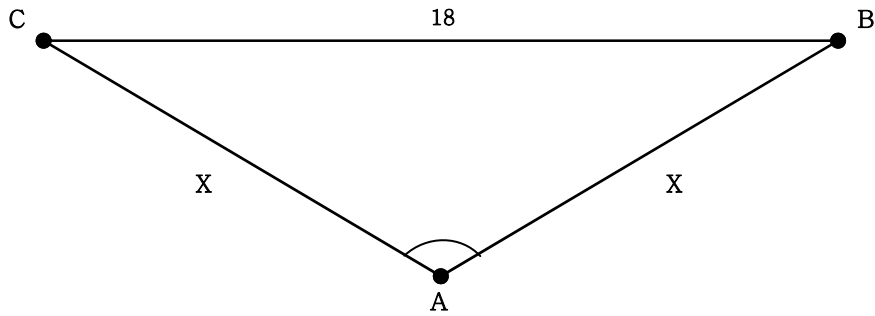
원이 둘레를 따라 움직이면 각 끝 점마다 원의 $\frac{1}{4}$ 만큼을 차지하므로 본래 원의 넓이인 4π 만큼

일단 차지되고, 사각형을 따라 폭이 4인 속이 빈 직사각형 모양이 그려지므로 그 넓이인 120을

더한 D가 답이다.

답: (D)

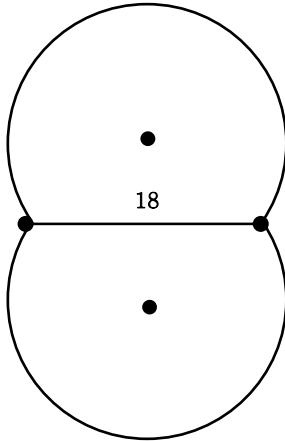
7.



사잇각이 120° 인 이등변삼각형의 변의 길이 비는 $1:1:\sqrt{3}$ 이다. 그러므로, 답은 A이다.

답: (A)

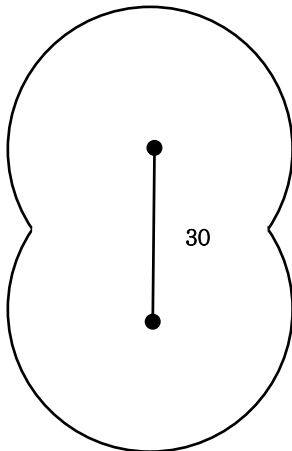
8.



그림의 총 둘레는 한 원의 둘레의 $\frac{4}{3}$ 이다. 반지름이 $6\sqrt{3}$ 이므로 답은 B이다.

답: (B)

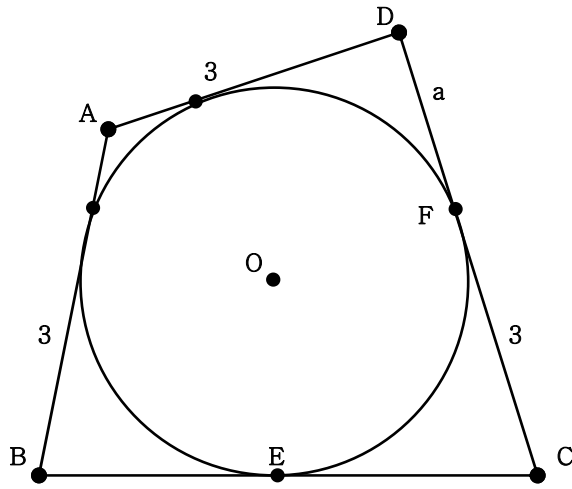
9.



위의 문제와 같은 원리이다. 두 중심 사이의 거리는 반지름의 길이이다.

답: (B)

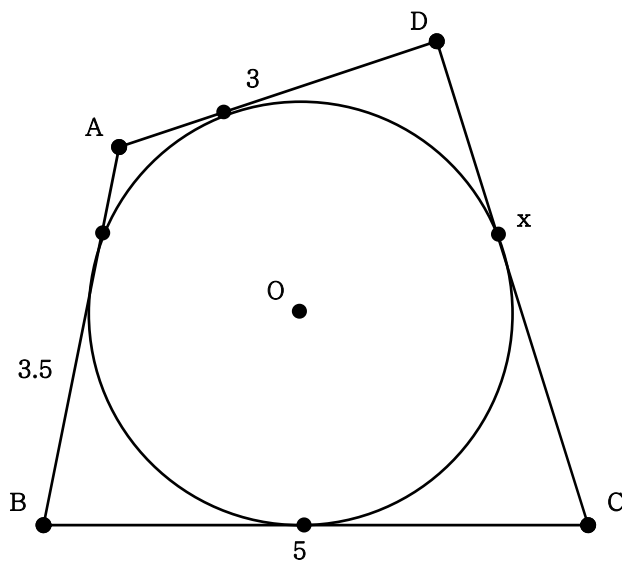
10.



$a = 2.5, b = 3$ 으로 답은 C이다.

답: (C)

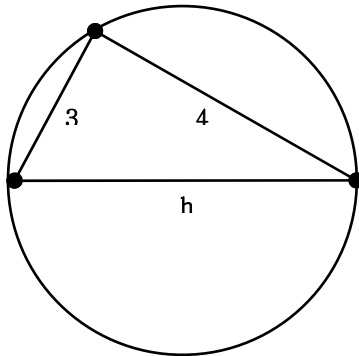
11.



내접원이 존재하기 위해선, 두 쌍의 대변의 길이의 합이 서로 같아야 하므로 답은 E이다.

답: (E)

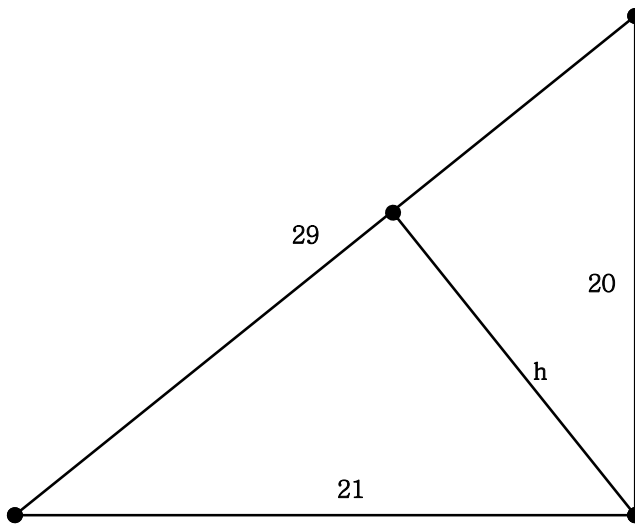
12.



지름위에 선이 있다면 그 원주각은 90도 이므로 답은 C이다.

답: (C)

13.

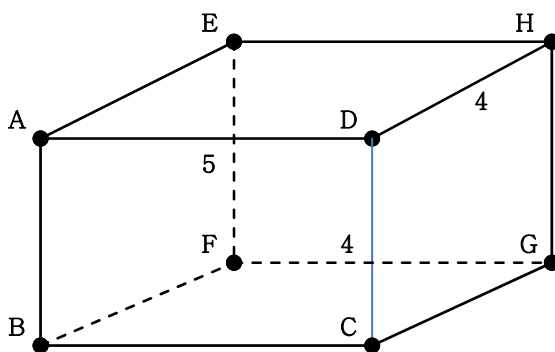


삼각형의 세 변은 피타고라스 수이다. 그러므로 삼각형의 넓이는 210 이고, 높이는 $\frac{420}{29}$ 가 된다.

답은 A 이다.

답:(A)

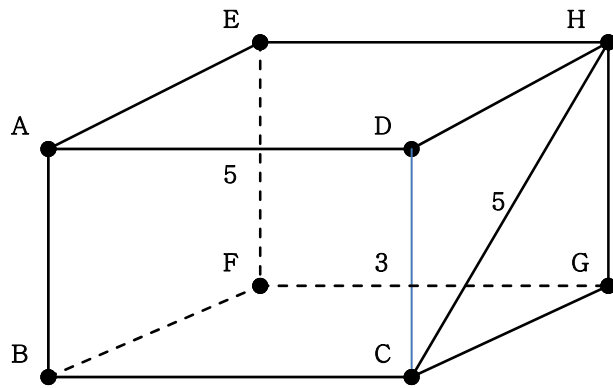
14.



직육면체의 넓이는 가로×세로×높이 이므로 답은 C 이다.

답:(C)

15.



옆면의 빗변의 길이가 5 이고, 옆면의 길이가 4 이므로 세로 변의 길이는 피타고라스의 정리에 의해 3 이 된다. 답은 그러므로 (A)이다.

답:(A)

8 단원 연습 문제 해설

1. 우선 처음에 눈에 띄는 부분은 세자리 수 두 개를 더해서 네 자리 수가 나왔다는 것이다. 그렇다면 네 자리 수의 첫 번째 숫자인 B 는 1이 될 수 밖에 없다. 따라서, $B=1$

다음으로 일의 자리와 십의 자리 연산을 살펴보면 $7+D$ 와 $D+A$ 모두 2가 나왔다. $7+D$ 가 2가 나오려면 $7+D$ 가 일의 자리에서 받은 수 없이 그냥 12이거나 $D+A$ 에서 1이 올라와서 $7+D=11$ 이 되어야 한다. 만약 $D+A$ 가 12가 아닌 그냥 2라면 $D=5$ 이다. 하지만 $D=5$ 일 때 $D+A=2$ 가 나올 수 없으니까 모순이 생긴다. 따라서 $D+A=12, 7+D=11$ 이라는 걸 알 수 있다.

$$\text{그러면 } D=11-7=4,$$

$$A=12-D=12-4=8$$

구한 수를 가지고 연산의 나머지 부분을 생각해보면 백의 자리 연산인 $A+B$ 는 $8+1+1=10$ (1은 $7+D$ 에서 올라온 수) 이니까 $C=0$ 이라는 걸 알 수 있다.

따라서 $A+B+C+D=8+1+0+4=13$ 이다.

답: (D)

2. 우선 일의 자리의 연산을 살펴보면 $7 \times B$ 의 일의 자리가 1이어야 한다는 걸 알 수 있다. 그런데 7이랑 곱해서 1로 끝날 수 있는 수는 21밖에 없기에 $B=21 \div 7=3$ 이다.

$A7 \times 3=81$ 이니까 $A7=81 \div 3=27$, 따라서 $A=2$ 가 된다.

문제에서는 A 와 B 의 차를 물어보고 있으니 답은 $B-A=3-2=1$ 이다.

답: (A)

3. 우선 첫 번째로 확인할 수 있는 건 세 자리 수와 네 자리 수를 더했는데 다섯 자리 수가 나왔다는 점이다. 여기서 $Y=1, I=0$ 이고 $W=9$ 라는 걸 바로 알 수 있다.

$$\begin{array}{r} 9H1 \\ +9HEN \\ \hline 10H0E \end{array}$$

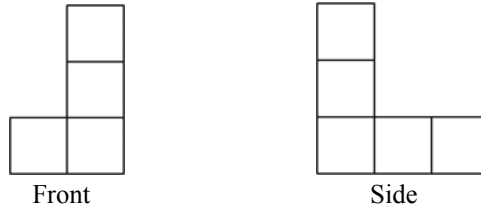
다음으로 백의 자리의 연산을 살펴보면 $9+H$ 의 마지막 자리수가 H 라는 걸 봤을 때 십의 자리인 $H+E$ 에서 1이 올라왔다는 걸 알 수 있다.

그런 다음 일의 자리의 연산을 살펴보면 $1+N$ 이 나타나 있다. 그런데 이미 $W=9$ 이니까 N 은 최대 8의 값을 가질 수 있다. 그렇다면 $1+N$ 은 10이상일 수 없고, 따라서 십의 자리의 연산인 $H+E$ 도 10이 된다. 그렇다면 가능한 (H,E) 는 $(2,8), (3,7), (4,6), (6,4), (7,3), (8,2)$ 가 된다.

따라서, 주어진 보기 중 $E=5$ 가 될 수 없다.

답: (D)

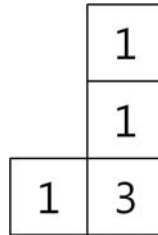
4.



입체도형을 나타내기 위해서 위에서 본 모양에 각 칸의 높이를 표시하는 방법을 사용해 본다.
우선 입체도형을 위에서 본 모양이다.



사용하는 칸 수를 최소한으로 한다고 했을 때 위의 두 가지 경우가 가능하다. (상하좌우 대칭 제외) 어떤 경우로 해도 같은 블록의 수가 나오니까 첫 번째 모양을 사용해본다.



앞에서 봤을 때 제일 왼쪽 줄은 한 칸 높이니까 1밖에 들어갈 수 없다.

다음으로는 옆에서 봤을 때 제일 왼쪽이 세 칸 높이니까 3이 들어갈 것이며, 나머지는 한 칸 높이로 1이 들어갈 수 있다. 따라서 사용하는 최소 블록의 개수는 6개이다.

답: (C)

5.

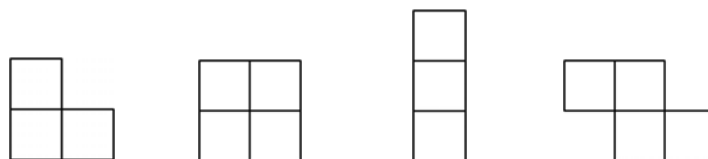
1			
		2	
	3		
	1		4

먼저 두 번째 행을 살펴보면 첫 번째 칸에는 1이 들어갈 수 없고, 두 번째 칸에는 1과 3이 들어갈 수 없다. 세 번째 칸에는 2가 있기에 두 번째 행에서 1이 들어갈 수 있는 칸은 마지막 칸 밖에 없다. 그러므로 두 번째 행 네 번째 칸에 1이 들어가게 된다.

다음으로 네 번째 열을 살펴보면, 두 번째 칸에는 1이, 네 번째 칸에는 4가 들어가 있다. 남은 숫자들은 2랑 3인데 세 번째 칸에 3이 들어갈 수 없으므로 3은 첫 번째 칸에 들어간다. 따라서 색칠된 칸에 들어갈 숫자는 3이다.

답: (C)

6.

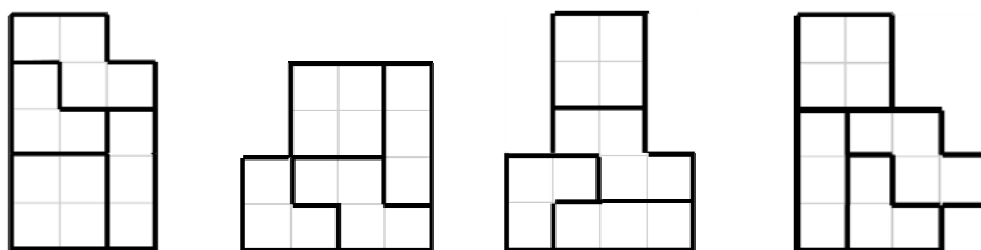


조각 맞추기 문제를 풀 때 신경을 써야 할 부분은 1) 사각형의 개수와 2) 모양이다.

이 문제 같은 경우에는 총 14개의 사각형으로 이루어져 있고, 모든 보기들을 확인해 보면 14개의 사각형으로 이루어져 있는 걸 알 수 있다.

그 다음에는 각 조각들의 특징을 살피면서 어떤 모양을 만들 수 있는 지 확인해 본다.

이번 문제에서 주어진 보기들 중 4개의 모양은 다음과 같이 만들 수 있다.



하지만 보기 (A)의 모양은 만들 수 없다.

답: (A)

7.

$$\begin{array}{r} AA \\ + B \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} AA \\ \times B \\ \hline 132 \end{array}$$

이 문제는 식이 두 개씩 주어져서 쉽게 답을 찾을 수 있다.

우선 덧셈 식을 보자면, 두 자리 수와 한 자리 수를 더하는 연산이기 때문에 A 에는 1 또는 2밖에 들어갈 수 없다. 따라서 $A=2, B=6$ 인 걸 알 수 있다.

곱셈 연산에서 유추해 볼 수도 있다. $AA=11 \times A$ 이니까 $AA \times B = 11 \times A \times B = 132$ 이다. 따라서 $A \times B = 12$ 이다. 이 때 나올 수 있는 $(A, B) = (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ 이렇게 네 가지 쌍이 있는데, 이 중에서 덧셈 연산을 만족하는 수는 $(A, B) = (2, 6)$ 한 가지밖에 없다.

따라서 $A+B=8$

답: (E)

8. 이 문제는 문제 뜻만 잘 해석하면 쉽게 풀 수 있다. 우선 첫 번째 문장에서 글자 A, B, C, D 는 1, 3, 5, 7 중 서로 다른 숫자들을 나타낸다고 했으며, 다음으로 문자열 $CBEDA$ 가 51837을 나타낸다. 답을 구할 수 있는 방법은 크게 두 가지가 있다. 첫 번째로는 우선 E 는 어차피 1, 3, 5, 7의 숫자들을 나타낼 수 없으니까 (이미 A, B, C, D 가 차지해 버렸으니깐) 1, 3, 5, 7이 아닌 수를 찾아보면 8이라는 걸 쉽게 알 수 있다. 두 번째 방법으로는 문자열과 숫자를 순서대로 맞춰서 $C=5, B=1, E=8, D=3, A=7$ 이렇게도 답을 쉽게 구할 수 있다.

답: (C)

9. 이 문제는 크게 두 가지 방법을 이용해서 풀 수 있다.

1) $AB = 10 \times A + B$

$$BA = 10 \times B + A$$

이렇게 풀어서 써본다.

그러면 문제에서 주어진 식 $AB - BA = 18$ 은

$$(10 \times A + B) - (10 \times B + A) = 9 \times A + 9 \times B = 9(A - B) \text{로 풀어서 쓸 수 있다.}$$

$$9(A - B) = 18 \text{ 이니까 결국 } A - B = 2 \text{ 인 걸 알 수 있다.}$$

2) $AB - BA = 18$ 이 나왔다는 건 AB 가 BA 보다 더 크다는 말이고, 즉 A 가 B 보다 더 크다는 걸 알 수 있다. 그러면 일의 자리의 연산을 할 때 그냥 $B - A$ 를 할 수 는 없으니까 십의 자리에서 받아 내림을 했을 것이다. 따라서 십의 자리 연산에서의 결과는 1이지만, 받아 내림한 것까지 고려해보면 $A - B = 2$ 다.

따라서 어떤 경우에도 $A - B = 2$ 인 걸 알 수 있다.

답: (D)

10.

$$\begin{array}{r} \text{ABA} \\ + \text{CDC} \\ \hline \text{6CB} \end{array}$$

우선 눈에 띄는 점은 백의 자리와 일의 자리의 연산이 $A + C$ 로 같다는 것이다. 하지만 $B = 6$ 일 수 없으므로 $A + C = B = 5$ 가 되고, 백의 자리의 연산에는 1이 받아 올림 되었다는 걸 알 수 있다.

그러면 $B + D = 5 + D > 10$ 이어야 된다는 말이 되는데, 보기 중 $D = 4$ 일 때는 $B + D = 9$ 밖에 안 되어서 받아 올림을 할 수가 없으므로 D 는 4일 수 없다.

답: (A)

11.

$$\begin{array}{r} \text{ONE} \\ + \text{FOUR} \\ \hline \text{FIVE} \end{array}$$

우선 첫 번째로 눈에 띄는 건 일의 자리의 연산이다. $E + R = E$ 가 되었으므로 우리는 $R = 0$ 이라는 걸 알 수 있다. 그런 다음 $O + O$ 가 있는 백의 자리의 연산을 살펴보면 $O = 2$ 라고 주어졌으니까 I 에는 4 또는 5가 들어갈 수 있다.

i. $I = 4$

I 가 4일 때는 십의 자리의 연산에서 받아 올림 되는 수가 없어야 한다.

남은 수는 3, 5, 6, 7인데, 이 중에서 $N + U = V$ 를 만족하는 수는 없다. 따라서 I 는 4가 될 수 없어.

ii. 다음은 $I = 5$ 일 경우를 고려한다.

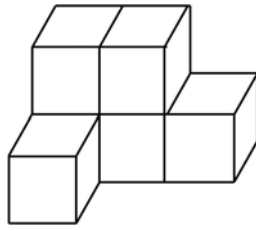
$I = 5$ 이려면 십의 자리의 연산에서 받아 올림 되는 수가 있어야 한다.

남은 수는 3, 4, 6, 7인데, 이 중에서 $N + U = 10 + V$ 를 만족하는 수로는 $6 + 7 = 13$ 이 있다. N 이나 V 가 정확히 어떤 숫자가 될 지는 모르겠지만, 확실히 $V = 3$ 이다.

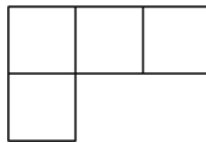
따라서, $V = 3$ 이다.

답: (C)

12.



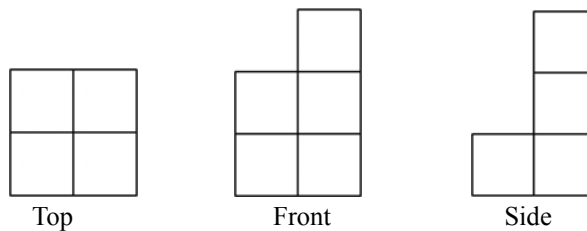
문제에서는 위의 입체도형을 위에서 본 모양을 물어보고 있다. 이 입체도형을 위에서 보면 높이를 무시하고 블록이 있는 자리에만 표시가 될 것이므로, 위에서 본 모양은 다음과 같다.



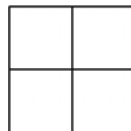
*입체도형을 위에서 본 모양은 이 도형의 제일 아래층 모양과도 같아.

답: (B)

13.



이번 문제도 위에서 본 모양을 기준으로 높이를 표시해본다. 위에서 본 모양을 고려하면,



우선 옆에서 본 모양을 살펴본다. 왼쪽은 최고 높이가 1이니까 위에서 봤을 때 아래쪽에 있는 블록들은 각각 높이가 1일 수밖에 없다.

그런 다음 앞에서 본 모양을 살펴보면 왼쪽에는 2, 오른쪽은 3 이 높이임을 알 수 있다.

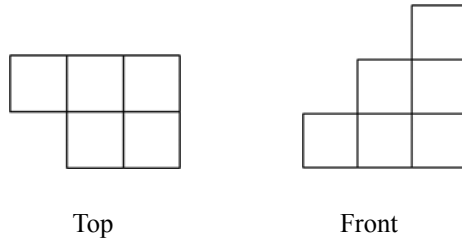
따라서 밑에 그림처럼 표시할 수 있다.

2	3
1	1

총 사용된 블록의 개수는 $2+3+1+1=7$ 개다.

답: (D)

14.



주어진 그림들에서 알 수 있는 게 몇 가지 있다.

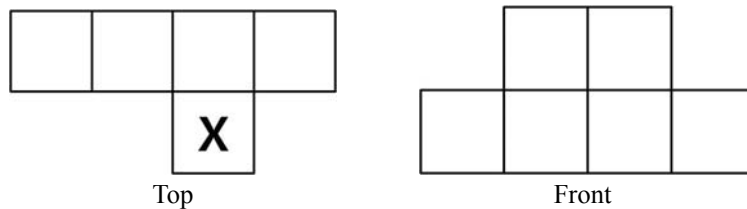
우선, 위에서 본 모양을 보면 옆에서 봤을 때 모양의 너비가 두 블록이라는 걸 알 수 있다.

다음 앞에서 본 모양을 보면 우선 제일 왼쪽에 있는 블록이 한 칸 높이라는 걸 알 수 있으며, 어느 위치에 있을 지는 모르겠지만 최고 높이가 세 칸이라는 걸 알 수 있다.

하지만 보기 (A)에는 최고높이가 3이 아닌 2이므로 보기(A)의 모양은 옆에서 본 모양으로 나올 수가 없다.

답: (A)

15.



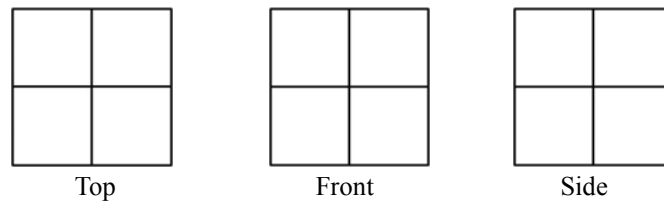
이 문제도 앞에서 본 모양을 잘 이해하면 쉽게 풀 수 있다.

우선 앞에서 봤을 때, X자가 된 칸은 오른쪽에서 두 번째 줄에 있게 될 것이다. 거기서, 오른쪽에서 두 번째 있는 칸들의 높이는 최대 2라는 걸 알 수 있다. 따라서 그 칸들의 높이는 1이나 2밖에 될 수 없다.

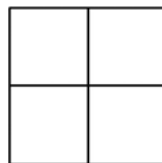
보기 중에 2 이하인 수는 (A) 2밖에 없다.

답: (A)

16.



이번 문제도 위에서 본 모양을 기준으로 생각해본다.



앞, 옆에서 본 모양에서 알 수 있듯이, 각 행과 열의 최고 높이로는 두 칸이 되어야 한다. 최소 블록의 수를 구하라고 했으니까 나머지 칸들은 한 칸 높이로 하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

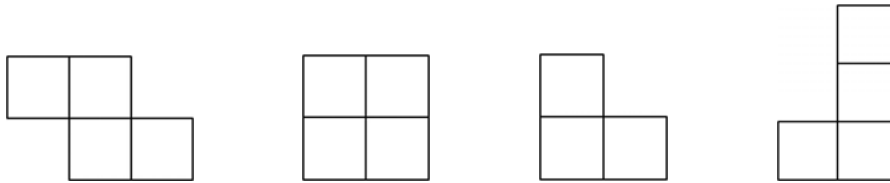
2	1
1	2

(대칭으로 된 모양도 가능하다.)

따라서 필요한 최소 블록의 개수는 $2+1+2+1=6$ 개다.

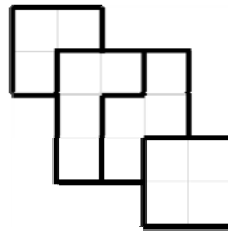
답: (E)

17.



우선 총 조각의 개수를 계산해보면, 총 $4+4+3+4=15$ 개의 사각형으로 구성되어 있어야 한다. 하지만 보기 (D)는 14개의 사각형으로 만들어져 있으니까 우선 제외시킨다.

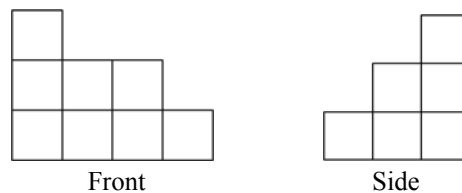
그런 다음 보기 중에 만들 수 있는 모양을 살펴보면 보기 (C)의 모양을 만들 수 있는 걸 알 수 있다.



따라서 답은 (C)이다.

답: (C)

18.



입체도형을 위에서 본 모양을 생각하고 문제를 풀어본다.

앞에서 봤을 때 4칸, 옆에서 봤을 때 3칸이니까 최대 4×3 의 밑면이 생긴다는 걸 알 수 있다.

그런 다음 앞에서 봤을 때 첫 번째 열은 최대 세 칸 높이, 두 번째, 세 번째 열은 최대 두 칸 높이, 그리고 네 번째 열은 한 칸 높이이므로 네 번째 열은 다 한 칸 높이일 것이다.

다음 옆에서 본 모양을 통해서 (위에서 본 모양에서) 제일 아래 줄은 모두 한 칸 일 수밖에 없고, 두 번째 줄은 최대 두 칸, 제일 위의 줄은 최대 세 칸인 걸 알 수 있다.

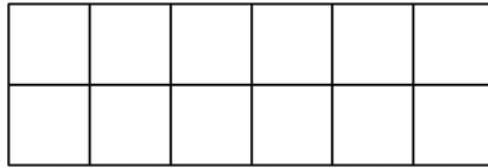
이를 토대로 최대의 블록이 들어갈 수 있는 입체도형을 생각해 보면 다음과 같다.

3	2	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

따라서 최대 사용할 수 있는 블록의 개수는 $3+2+2+1+2+2+2+1+1+1+1+1=19$ 개다.

답: (E)

19.



문제에서는 주어진 보기의 도형만으로 위의 모양을 채우는 것이 불가능 한 경우를 찾는 것이다.

우선 주어진 모양의 전체 개수를 세어보면, 이 모양은 총 12개의 정사각형으로 이루어져 있다.

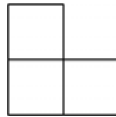
다음으로 모양을 살펴보면 튀어나온 부분 없는 직사각형이다.

주어진 도형들로 위의 모양을 만들 수 있나 살펴보면, 보기(B)의 모양으로는 끝 부분을 채울 수 없다는 걸 알 수 있다.

따라서 답은 (B)야.

답: (B)

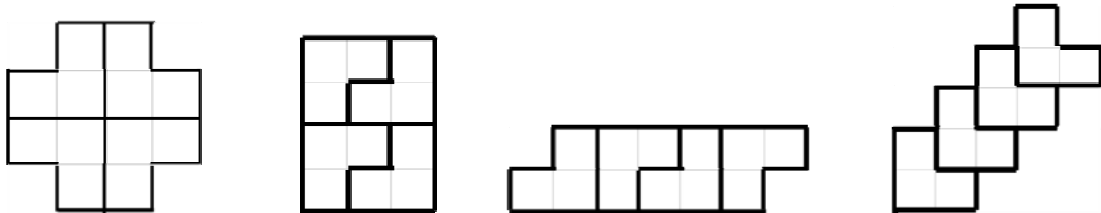
20.



이 문제에서는 주어진 도형만으로 만들 수 없는 모양을 찾는 것이다.

각 모양에 주어진 도형을 대입해보면 만들 수 없는 보기를 찾을 수 있다.

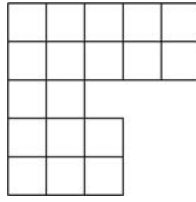
그래서 A, B, C, D의 보기는 다음과 같이 만들 수 있고, 보기 (E)의 모양은 만들 수 없다.



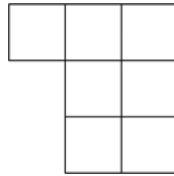
따라서 답은 (E)다.

답: (E)

21.



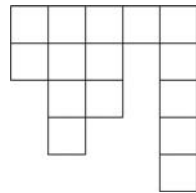
처음에 5×5 의 격자모양이었는데 남은 모양이 저 모양이라는 건 잃어버린 모양이 나머지 라는 것이다. 5×5 의 격자모양에서 위에 주어진 모양을 제거한 걸 생각해보면



이 모양이 된다. 따라서 우리는 이 모양을 만들 수 있는 두 조각을 찾으면 되는 것이다. 그러므로 답은 (A)이다.

답: (A)

22.



이 문제는 위의 주어진 조각과 합쳐져서 정사각형을 만들 수 있는 보기가 어떤 것인 지 묻고 있다. 따라서 보기의 조각들을 살펴보고, 주어진 모양과 들어 맞는 지 확인 해야 한다.

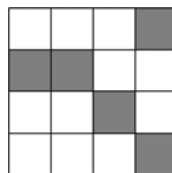
우선 주어진 모양에서 보면 가로가 최대 다섯 칸, 세로가 최대 다섯 칸이다. 그러므로 합쳐져서 만들어지는 정사각형은 한 변이 다섯 칸 이상이어야 한다.

한 변이 다섯 칸이라고 하면 부족한 블록의 개수는 왼쪽부터 차례대로 세 칸, 한 칸, 두 칸, 네 칸이다. 이를 만족하는 보기는 (A)이다. (합쳐보면 5×5 의 정사각형이 만들어지는 걸 알 수 있다.)

따라서 답은 보기 (A)다.

답: (A)

23.



이 문제는 조각을 합쳐서 위의 모양을 만들 수 있는 지 물어보고 있다.

먼저 확인할 부분은 색칠된 사각형의 개수야. 주어진 모양에서는 색칠된 사각형이 5개 있다. 따라서 색칠된 사각형이 6개인 보기(C)와 보기 (E)를 제외할 수 있다.

그 외에서 생각해 보면 보기(A)로 주어진 모양을 만들 수 있다는 걸 알 수 있다.

따라서 답은 (A)다.

답: (A)

24.

3		5					
---	--	---	--	--	--	--	--

3과 5의 사이에 있는 빈 칸의 숫자를 X 라고 하면 연속된 세 칸의 숫자의 합은 항상 $3 + 5 + X = 8 + X$ 이다.

이에 따라서 차례대로 칸을 채워나가면 다음과 같아진다.

3	X	5	3	X	5	3	
---	---	---	---	---	---	---	--

따라서 색칠된 칸에 들어갈 숫자는 3이다.

답: (B)

25.

이는 기본 3×3 마방진을 응용한 형태이다. 마방진이라는 건 각 행과 열의 숫자들의 합이 같도록 배열된 것을 말한다. 마방진을 만드는 방법은 여러 가지가 있을 수 있지만, 알아두면 편한 건 만약 가로, 세로, 그리고 대각선까지 합이 같아지게 되면 중간 숫자가 가운데 칸에 오게 된다는 것이다.

따라서 중간 숫자인 9가 가운데 칸에 있게 된다.

Ex)

3	13	11
17	9	1
7	5	15

답: (D)

26.

1	3		7
2	5	10	17
4			36
6	15		70

이 문제에서는 각 칸에 쓰인 숫자들 간의 규칙을 찾는 게 가장 중요하다.

살펴보면 알 수 있듯이, 가장자리에 있는 칸들을 제외한 칸에 있는 숫자는 그 왼쪽과 위쪽 칸에 있는 숫자의 합이다.

따라서, 다음과 같이 숫자를 넣을 수 있다.

1	3		7
2	5	10	17
4	9	19	36
6	15		70

색칠된 칸에 들어가는 수는 19이다.

답: (C)

27.

	1	
2		
		3

이 문제에서는 각 행과 열에 숫자 1, 2, 3이 한 번씩 밖에 들어갈 수가 없다. 그래서 가운데에 있는 칸은 같은 행에 있는 2도 들어갈 수 없고, 같은 열에 있는 1도 들어갈 수 없다. 따라서 가운데 칸에 들어갈 수 있는 숫자는 3이다.

답: (C)

28. D

1		9	5	17	
3	8	5	9		13
	4	16	27	11	35

이 문제에서는 서로 다른 두 격자판에 있는 숫자들의 관계를 알아 내는 게 중요하다.

같은 위치에 있는 수들을 비교해보면 $1 \rightarrow 5$, $3 \rightarrow 9$, $4 \rightarrow 11$, $16 \rightarrow 35$, $5 \rightarrow 13$ 를 알 수 있는데, 이 수들은 모두 (두 번째 격자판의 숫자) = (첫 번째 격자판의 숫자) $\times 2 + 3$ 임을 찾을 수 있다. 따라서 색칠되어 있는 칸의 숫자는 이에 대응하는 $8 \times 2 + 3 = 19$ 다.

답: (D)

[문제 해석하기]

Examining the Problems

I. 미국 문화 이해하기

① 미국 화폐, 동전

미국 돈을 크게 두 가지로 나눠 보자면 동전과 지폐가 있어. 지폐는 워낙 많이 들어본 달러인데, 1달러든 5달러든, 100달러든, 문제 푸는 데에는 별로 지장이 없을 거야. (참고로 말하자면 2달러 지폐는 행운의 달러라고도 하는데, 지불상 편리하지 않아서 다들 소장을 하고, 발행도 1928년, 1953년, 1963년, 1976년, 1995년, 2003년 등 모두 6차례밖에 발행되지 않아서 더욱 소중하게 여겨진다고 해.)



문제를 푸는 데 더 많은 영향을 주는 건 동전이야. 자주 나오는 것은 아니지만 출제 됐을 때 문제를 풀 수 있으려면 사전지식으로 알고 있어야 하기 때문에 여기서 언급하려고 해. 먼저, 달러와 센트의 개념은 알고 있지? 미국에서는

$$\$1 = 100\text{¢}$$

1달러는 100센트와 같은 값으로 계산이 돼.

동전에는 **Penny, Nickel, Dime, Quarter**의 4 종류가 있어. Penny는 1센트, Nickel은 5센트, Dime은 10센트, Quarter는 25센트를 나타내. (Quarter는 원래 1/4의 뜻을 갖고 있기 때문에, 1달러의 1/4로 기억하면 좋을 거야!

Penny = 1¢

Nickel = 5¢

Dime = 10¢

Quarter = 25¢

기출 문제를 한 번 보여주도록 할게.

예: AMC 8 2010년도 7번 문제

② 길이

미국 길이의 단위는 우리나라에서 쓰지 않는 것들 밖에 없어. 우리나라는 국제단위계(SI)에서 채택한 mm, cm, m, km를 쓰고 있어. 미국에서는 인치(inch), 피트(feet), 야드(yard), 마일(mile)을 쓰고 있지. 이 단위들을 우리한테 친숙한 cm나 km로 나타내 보면 다음과 같아.

$$1\text{ in}(\text{inch}) = 2.54\text{ cm}$$

$$1\text{ ft}(\text{feet}) = 30.48\text{ cm}$$

$$1\text{ yd}(\text{yard}) = 91.44\text{ cm}$$

$$1\text{ mi}(\text{mile}) = 1.6\text{ km}$$

단위도 다르지만 cm, m, km로 환산해도 그 숫자가 딱 떨어지지도 않아서 처음부터 감을 잡기는 힘들겠지만, 조금씩 보면 익숙해질 거야. 그리고 AMC에는 저렇게 환산하라고는 나오지 않으니까 **단위의 환산을 외울 필요는 없어.**

하지만 혹시라도 문제에 출제될 수 있기 때문에 이것만큼은 기억하고 있는 게 좋을 거야.

$$1\text{ ft} = 12\text{ in}$$

$$1\text{ yd} = 3\text{ ft}$$

$$1\text{ mi} = 1760\text{ yd}$$

③ 넓이

넓이는 우리나라에서 제곱 미터(m²), 제곱 킬로미터(km²)와 같이 스퀘어 피트(square feet), 스퀘어 야드(square yard)로 나타내. 또, 땅덩이가 넓은 미국답게 대륙의 스케일인 면적 단위가 있는데, 에이커(acre)야. 보통 헬기로 농약을 뿌려야 될 정도의 넓은 농경지에 쓰이지.

$$1\text{ ft}^2(\text{square feet}) = 929\text{ cm}^2 = \text{약 } 1/36\text{ 평}$$

$$1\text{ yd}^2(\text{square yard}) = 9\text{ ft}^2 = \text{약 } 1/4\text{ 평}$$

$$1\text{ acre} = 4047\text{ m}^2 = \text{약 } 1227\text{ 평}$$

이 단위들 또한 크기가 일정한 비율을 갖고 있는 것도 아니어서 출제될 가능성이 거의 없지만 상식 선으로 알아두라고 말해주는 거야.

④ 온도

미국에서는 온도를 화씨(°F)로 표시해.

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

$$F = C \times \frac{9}{5} + 32$$

화씨와 섭씨가 각각 중국에서 Fahrenheit와 Celsius라는 이름을 부르기 쉽게 이씨, 김씨처럼 바뀌어서 부른 거라는 건 알지? 어쨌든 다들 중학교나 초등학교에서 방정식 배울 때 섭씨와 화씨를 변환하

는 걸 많이 해봐서 많이들 알 거야. 온도 문제는 수학 문제로 출제될 가능성이 크기 때문에 알아두면 좋겠지?

⑤ 기타

무게 단위는 온스(ounce), 파운드(pound), 톤(ton)으로 표시해.

$$1\text{oz}(\text{ounce}) = 28.35\text{g}$$

$$1\text{lb}(\text{pound}) = 16\text{oz} = 453.6\text{g}$$

$$1\text{ton} = 2000\text{lb} = 907.185\text{kg}$$

부피 단위에는 갤론(gallon)을 사용해.

$$1\text{gal}(\text{gallon}) = 3.8\text{liter}$$

이 외에 옷과 신발 사이즈도 우리나라와 다른 시스템을 가지고 있어. ‘Size 몇’과 같이 허리 둘레 등과 같은 치수를 고려해서 내가 ‘Size 몇’인지 알아보고 잘 구매해야 돼. 여담이지만 미국에서는 워낙 다양한 사람들이 많고, 비만인 사람들이 많다 보니 사이즈가 우리나라보다 대체로 크게 나와. 어쨌든 AMC8과 별로 상관이 없는 것 같아서 여기서는 빼도록 할게.

II. 헛갈리는 표현들

영어로 된 수학문제들을 풀다 보면 가끔씩 헛갈리는 표현들이 있는 것 같아. “이것만 확실히 알면 맞을 수 있는데.....” 하는 문제들. 하지만 그런 문제들 때문에 맞을 수 있는 걸 틀리면 조금 많이 아깝잖아? 그래서 헛갈리는 표현들을 몇 개 정리 해봤어!

1. Ratio

AMC8에서 그래도 꽤 자주 나오는 문제 중 하나가 비 문제야. 비를 물어보면 보통 답이 A:B 또는 A/B의 형태로 나오는 경우가 많잖아. 그런데 뭐가 A로 가야하고 뭐가 B로 가야 하는 지 많이 헛갈릴 수도 있을 것 같아. 그래서 지금 여기서 확실히! 정리해줄 테니까 앞으로는 꼭 기억하고 헛갈리지 말자.

$$A \text{ to } B = A : B = \frac{A}{B}$$

Ratio 는 분수로도, 비의 형태로도 나타낼 수 있는데, 보통 문제에 ‘ratio of A to B’는 무엇인가? 라고 물어보는 경우가 많아. 그럴 때, 뭐가 어느 쪽에 있어야 하는 지 헛갈리지 말고 위에 있는 것만 외우자!

기출문제를 살펴보면, 예 : AMC8 2008년도 6번 문제

문제에 보면 ratio of [the area of the gray squares] to [the area of the white squares] 를 구하라고 되어 있지? 위에 나와 있는 공식대로 하면 A는 ‘the area of the gray squares’ 이고 B는 ‘the area of the white squares’ 가 될 거야. 그러므로 우리가 구하는 답은 the area of the gray squares: the area of the white squares 의 형태가 되겠지.

이번엔 답이 분수 꼴로 되어 있는 문제를 살펴보자. 예 : AMC8 2008년도 23번 문제

이번 문제에도 비슷한 형태로 ratio of the [area of $\triangle BFD$] to [area of square ABCE]를 구하라고 되어 있지? 위에 나와 있는 공식대로 하면 A는 ‘area of $\triangle BFD$ ’ 가 될 거고 B는 ‘area of square ABCE’ 가 될 거야. 그러므로 우리가 구하는 답은

$\frac{\text{area of } \triangle BFD}{\text{area of square ABCE}}$ 의 형태가 되겠지.

2. 말의 순서대로

가끔 수학문제에 보면 어떠한 과정을 설명하는 문제가 나올 때가 있어. 더하기, 빼기, 곱하기, 나누기의 연산도 될 수 있고, 사탕을 나눠주는 과정, 물을 옮기는 과정, 또는 일을 하는 과정 일 수도 있고. 이러한 과정을 설명하는 문제가 나올 때에는 말의 순서에 주의를 기울여서 문제를 이해하는 게 가장 중요해.

예시를 한 번 살펴보자. 예 : AMC8 2007년도 19번 문제

이 문제에서는 어떠한 연산의 과정을 나타내고 있어. 이런 문제는 말이 복잡해서 자칫하면 실수하기가 쉬우니까 문제를 꼼꼼히 봐야 해.

그래도 이 문제는 두 단계밖에 없어. 첫 번째가 ‘Square both of those integers’ 두 정수를 각각

제공하는 것이고, 두 번째가 ‘find the difference of the squares’ 제공한 두 수의 차를 구하는 거야. 다들 알겠지만, 이 두 단계는 ‘and then’이라는 말로 나뉘어져 있고, 또 순서를 알 수 있어. 이처럼 문제를 읽을 때 ‘and then’과 같은 단어에 유의하면서 꼼꼼히 본다면 실수가 적어질 수 있을 거야.

3. 모르는 단어가 있어도 당황하지 말기

가끔씩 영어로 된 수학문제들에 처음 들어보는 단어들이 있어서 당황하는 경우가 있어. 하지만 이런 경우에도 문제를 풀어나갈 수 있어야 해!

주로 이런 단어들의 경우는 고유 명사인 경우가 많아. (만약 문제 푸는 데에 빼놓을 수 없는 수학 관련 용어라면 당연히 시험 전에 꼭 다 외워야 되겠지?) 이런 경우에는 모르는 단어 계속 신경 쓰지 말고 그냥 과감하게 지나가는 거야. 왜냐하면 그 단어 없이도 문제 풀 수 있으니까!

예시를 한 번 살펴보자. **예 : AMC8 2007년도 22번 문제**

이 문제에서 lemming이 뭘까? 다들 문제 처음부터 모르는 단어가 나와서 당황할 수도 있을 거야. 그렇지만 lemming을 건너 뛰고 쪽 문제를 읽다 보면 그렇게 중요한 부분이 아니라는 거, 알 수 있겠지? Lemming이 무엇이든 간에 그냥 ‘움직이는 무언가’라고 생각하고 문제를 풀어도 큰 어려움은 없어. (*lemming은 ‘나그네쥐’를 뜻한다고 해.)

이처럼, 모르는 단어나 고유 명사가 나와도 아랑곳하지 않고 문제를 풀 수 있다는 거, 잘 봤지? AMC8은 시간이 넉넉하지 않은 만큼, 저런 문제에도 당황하지 말고 하던 대로 쪽 문제를 풀어나가면 돼.

4. As much

이번에는 ‘as much’라는 말이 쓰이는 문제들에 대해서 살펴볼게. ‘as much’는 문제에서 간혹 쓰이는 말인데, 보통 ‘X as much’의 형태로 쓰여서 무엇이 몇 배인지를 알려주기도 해. 이럴 때 앞에 나온 주어가 뒤에 나온 주어의 X 배인 건지, 뒤에 나온 주어가 앞에 나온 주어의 X 배인 건지 헷갈리지 않게 확실히 외워두자.

*A and X as much B = B*는 A의 X배이다.

*A is X as much as B = A*는 B의 X배이다.

한 번 기출 문제를 통해 살펴볼게. **예 : AMC8 2008년도 1번 문제**

여기에서 주어진 건 ‘twice as much’ 이지? 이 말을 사용해서 음식에 쓴 돈 액수와 놀이기구에 쓴 돈 액수의 관계를 알려주고 있어. ‘as much as’가 아닌 ‘as much’라고 나타난 걸 보면 위에서 주어진 두 공식 중에 첫 번째 것을 사용해야 하는 걸 알 수 있어. 공식에 따르면, A는 음식에 쓴 금액이고, B는 놀이기구에 쓴 금액이야. 그러니까 ‘rides’에 쓴 금액이 ‘food’에 쓴 금액의 두 배라는 걸 알 수 있겠지?

그럼 두 번째 경우는 언제 사용 되는 지 살펴보자. **예 : AMC8 2001년도 8번 문제**

이 문제에서는 ‘one-third as much as’라는 말로 Granny Smith가 가진 돈과 Elberta가 가진 돈을 비교하고 있어. ‘as much as’를 썼으니까 두 번째 경우에 해당하겠지? 앞에 나온 ‘Anjou’가 A에

해당하고, 뒤에 나온 ‘Granny Smith’가 B에 해당할거야. 그대로 말을 해석해보면 Anjou가 가진 돈은 Granny Smith가 가진 돈의 $\frac{1}{3}$ (one-third)라는 걸 알 수 있겠지? 그 다음부터는 문제가 큰 어려움 없이 풀릴 거야.

이처럼 ‘as much’, 또는 ‘as much as’를 잘 살펴보면 문제를 푸는 데에 큰 힌트를 얻을 수 있어.

5. Possible

‘possible’이라는 단어는 주의 깊게 봐야 할 단어들 중 하나야.

가끔 문제를 풀다 보면 문제의 조건을 만족하는 답이나 경우가 많을 수도 있어. 그럴 때, 혹시 문제의 ‘possible’이라는 단어가 있지 않는 지 다시 한 번 꼭 확인을 해 봐야 해.

‘possible’은 ‘가능하다’의 뜻이야. 그래서 이 단어가 나온다면 보통 조건을 만족하는 답이 여러 개라는 뜻이기도 해. 이제 주의 해야 할 것은 ‘possible’ 앞에 어떤 조건이 붙어 있는 지야. 예를 들어 ‘greatest possible’이라 한다면 가능한 경우 중 가장 큰 답을 말하는 게 되겠지.

기출 문제를 한 번 살펴보자. 예 : AMC8 2009년도 19번 문제

문제에서 보면 ‘possible values’라는 말을 통해 x에 들어갈 수 있는 수가 여러 개임을 알려주고 있어. 이 문제 같은 경우에는 세 가지 가능한 x의 값의 합을 구하는 게 문제이고.

다른 문제도 살펴보자. 예 : AMC8 2008년도 17번 문제

문제에서 주어진 조건은 ‘각 변의 길이가 정수이고 둘레 길이가 50 인 직사각형’이야. 그리고 뒤에 ‘possible’이라는 단어를 보면 이 조건을 만족하는 직사각형이 여러 개임을 알 수 있어. 그러면 possible에 붙어 있는 조건을 확인해야겠지? 이번에는 ‘largest’하고 ‘smallest’야. 가능한 직사각형 중 넓이가 가장 큰 것과 가장 작은 것. 문제에서는 둘의 차를 구하라고 하고 있어.

이처럼 답이 여러 개가 나와서 헷갈릴 때에도 ‘possible’이라는 단어에 초점을 맞춰서 보다 보면 문제가 어떤 말을 하는 지 분명하게 알 수 있겠지?

여기서는 다섯 가지의 헷갈리는 표현이나 확실히 알아둬야 할 문구들을 정리해봤어. 이게 AMC8 문제를 푸는 너희들에게 조금이라도 더 도움이 되었으면 좋겠다. 앞으로는 문제를 잘못 이해해서 아깝게 틀리는 일은 없도록 다들 열심히 공부하자! 다들 파이팅

III 꼭 알아야 할 수학 용어

문제를 풀 때 모르면 절대 안 되는 용어들을 알파벳 순으로 밑에 정리해 뒀으니, 모르는 단어는 문제 풀면서 그 때 그 때 찾고 외울 수 있도록 공부하자.

Aa

absolute value : the distance of a number from zero on a number line.

acute angle : 0 도 보다 크고, 90 도 보다 작은 각.

acute triangle : 예각 삼각형.

addend : 가수 더하는 수.

addition : 덧셈.

area : 평면도형의 면적.

ascending : 오름차순 ~ 1,2,3,4,5,6,7,8...

Associative property : 결합법칙. ~ 항이 3 개 이상에서 발생

average : 평균.

axis : 좌표평면의 축.

abdicate : v. abjure, renounce, resign, surrender, and yield

Bb

bar graph : 막대 그래프.

base : 밑수, 기둥의 밑면, 숫자에서 반복되는 부분. c^2 에서, base 는 C 이다.

billion : 10 억 1,000,000,000

binomial [trinomial, polynomial] **expression** : 2 항식, 3 항식, 다항식.

C c

capacity : 부피.

cardinal number : 얼마나 많은지를 나타내는 주요한 수. 9 dollar.

chord : 현.

circumference : 원주의 길이.

circle : 원.

closed figure : 폐도형.

common factor : 공통인자, 공약수 ~ factors of 6: 1,2,3,6

common multiple : 공배수 ~ multiples of 4 and multiples of 6 ~ common multiple is 12,24...

composite number : A whole number having more than two factors. 합성수.

cone : 원뿔.

congruent : 크기와 형태가 동일한, 합동의, 알맞은, 적절한

congruous : 일치하는, 조화하는, 합동의

coordinates : 좌표계.

cube : 입방체, 정육면체.

cylinder : 원통, 원기둥

commutative property : 교환법칙 ~ 항이 2 개이어서 성립. $a+b = b+a$.

D d

distribution property : 분배법칙 ~ 항이 3 개 이상에서 발생

decimal number : 십진법 수

degree : 온도, 각도, 경도 등의 도.

denominator : 분모 ~ The number below the bar in a fraction.

descending : 하강하는, 수학의 내림차순.

diameter : 지름, 직경, 렌즈의 배율.

dividend : 피제수.

divisor : 제수

difference : 큰 수와 작은 수의 차이.

divisible : 나누어서, 떨어지는, 나머지가 0 인.

division : the inverse of multiplication ~ 곱셈의 역연산. 나눗셈.

divisor : 제수 ~ 나누는 수.

E e

edge : 모서리.

equilateral triangle : 정삼각형

equilateral : 등변의

equivalent : 동치, 등적 서로의 면적이 같은.

estimate : 어렵하다. 추정하다.

expanded form : 전개식 ~ $635 = 600 + 30 + 5$.

exponent : 지수, 제곱, 차수, 승

equator : 천체, 지구의 적도.

F f

fraction : 분수

face : 도형의 면.

factor : 인자, 인수, 약수. the prime factor; 소인수 ~ 소수인 인수.

fraction : 분수 ~ 전체 분의 부분을 나타내는 수.

flip : 대칭, 반사, 뒤집기

G g

greater than : $>$ ~ $8 > 6$

GCF : Greatest Common Factor ~ 최대공약수

H h**height** : 높이.**hexagon** : A polygon with six sides.**I i****inequality** : 부등식.**integers** : 정수.**intersecting lines** : lines that cross at exactly one point.~~교차점.**interval** : 단위 사이의 간격. 그래프나, 수에 있어서의 .**inverse operations** : 역연산~~ 곱셈이 역연산은 나눗셈. 덧셈의 역연산은 뺄셈.**isosceles** : 2 등변의.**isosceles triangle** : 두 개의 변이 같은 삼각형.**induction** : 귀납법~~간접 증명법**L l****less than** : <~~ 보다 작은**lap** : 경기에서의 한 바퀴**like fractions** : 분모가 같은 분수, 통분된 분수.**line graph** : 선 그래프.**linear unit** : 선분, 높이, 가로, 거리 등의 길이. 측정단위. 1yd, 1ft, 1inch.**line segment** : 선분.**line symmetry** : 선대칭. 선을 기준으로 양쪽이 서로 합동이 되는.**longitude** : 경선**latitude** : 위선~~parallel~~같은 방향, 평행선**least common denominator** : 최소공배수인 공통분모(통분을 위해서, 필요한 개념.)**LCM** : least common multiple~~ 최소공배수,**lozenge** : 마름모**M m****mixed number** : 대분수~~ 정수와 분수의 합을 나타내는 분수.**mixed fraction** : 대분수**meridian** : 자오선~~ 지금의 북극과 남극을 지나는 큰 원~ longitude 와 같다.**mass** : 질량~~ The amount of matter in an object.**median** : The middle number or the average of the two middle numbers in an ordered set of data. 중앙값.**mode** : 최빈수, 대표값~~representative value**mean** : 평균**median** : 중앙값.**multiple** : 배수, 배수의 The product of a given whole number and another whole number.**multiplication** : 곱셈**multiplicand** : 피승수 $a \times b$ 에서 a 를 말함**multiplier** : 승수 $a \times b$ 에서 b 를 말함.**million** : 백만 1,000,000**map scale** : 축척~~ 실제거리와 지도상 거리 사이의 비율~~**N n****nominator** : 지명자, 임명자, 추천자**numerator** : 분자~~ The number over the bar in a fraction.**negative integer** : 음의 정수**net** : 전개도**nominal number** : 5 번, 425 호 등의 사물이나, 사람을 지정하거나, 명명하는 숫자.**number line** : 수직선.**numerator** : 분자.**O o****obtuse angle** : 둔각.**obtuse triangle** : 둔각 삼각형.**octagon** : 8 각형.**opposites** : 수직선에서, 원점을 기준으로 있는 서로 대칭이 되는 수, 부호만 반대이고, 수의 크기가 같은 수.**ordered pair** : 순서쌍 (1,4).**ordinal number** : 위치나, 순서를 말해주는 수~~ John is 4th in line.**origin** : (0,0)~~ 원점. 좌표평면에서, x 축과 y 축의 교점.**outcome** : 시행에서, 발생 가능한 경우의 수~~ 동전의 앞면과 뒷면.**oblong** : 직사각형**P p****palindrome** : 앞에서부터 읽으나 뒤에서부터 읽으나 같은 수.**perpendicular** : vertical~~ 수직의 수직을 이루는.**polygon** : 다각형.**parallel lines** : 평행선.**parallelogram** : 평행사변형.**parenthesis** : 소괄호, 단수, 묶음.**parentheses** : 소괄호, 복수, 괄호.**pentagon** : 5 각형.**perimeter** : 도형의 둘레의 길이.**perpendicular lines** : 수직을 이루는 선분들, (예)x 축과 y 축**pictograph** : 셀 수 있는 데이터 값을 심볼이나, 그림을 이용해서, 나타낸 그래프 또는 표.**plane** : 평면.

point : 평면이나, 공간의 위치를 나타내는 점.
polygon : 다각형.
polyhedron : 다면체, 입체도형의 각 면이
positive integer : 양의 정수.
precision : 정밀한, 정확한.
prime factorization : 소인수 분해~40 의
 소인수분해는 $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$.
prime factor : 소인수
prime number : 소수.
prism : 프리즘~ 네모난 프리즘, 세모난 프리즘,
 5 각인 프리즘. 2 개 이상의 평행한 면이 존재함.
product : 곱셈문제의 답.
proportion : 비율.
protractor : 각도기.
parallel : 위도
parallelogram : 평행사변형
positive integer : 양의 정수
plane shape : 평면도(형).

Q q

quadrilateral : A polygon with four sides.
quotient : 몫. 나눗셈의 결과값.

R r

radius : 반지름
remainder : 나머지~ 나머지 몫, 관련문제의 풀이법;
 $A = B \times Q + R$.
ratio : proportion, rate. 비율.
reflection : 대칭반사 뒤집기
regular polygon : 정다각형~ 모든 변의 길이와
 모든 각의 크기가 같은 다각형.
rhombus : 마름모
right angle : 직각.
right triangle : 직각 삼각형.
rotation : 한 점을 기준으로 한 도형의 회전.
rotational symmetry : 회전대칭도형~ 360 도 이내의
 각을 회전시켜서, 합동이 되는 도형.
regular triangle : 정삼각형
ray : 반직선~ 마치 엑스레이처럼 한 방향, 반직선.
rectangle : 직사각형.

S s

solid shape : 입체도형
square : 정사각형
scalene triangle : 세변의 길이가 모두 다른 삼각형.
scientific notation : 과학적 기수법~ $1,200,000 = 1.2 \times 10^6$ 의 유한소수 표현법.
scalene : 부등변의
similar figures : 닮음
subtraction : 뺄셈

simplest form : 기약분수 등의 가장 간단한 폼.
solid figure : 입체도형. 3 차원 그림.
solution : 해, 방정식의 답.
sphere : 구.
square : 정사각형.
square number : 자기자신의 제곱수.
square pyramid : 정사각뿔. 정사각피라미드.
square unit : 단위정사각형~ 1 변의 길이가 1 인치,
 1cm.
stand form : 숫자를 0 부터 9 까지를 이용해서,
 나열한 방식. 4,324
stem-and-leaf plot : 잎줄기그림.
subtraction : 뺄셈.
sum : 합.
surface area : 전개도에 대한 전체면적, 표면적.
survey : 표본에 대한 설문조사, 정보 얻기. 조사하다.

T t

term : 항
trillion : 1,000,000,000,000
thousand : 천 1,000
tally table : 막대그래프 표~ 눈금.단위 표
tangram : 7 개의 다각형으로 이루어진, 정사각형
 모양의 퍼즐
ten-thousandth : 소수 4 째 자리의 표현. 0.0035~
 thirty-five ten thousandths.
tenth : decimal or fraction 에서, 1part of 10 equal parts.
tessellation : 모자이크~ 겹치지 않는 그림으로
 평면을 채우는 것.
thousandth : a decimal or fraction that names 1 part of
 1,000 equal parts.
three-dimensional : 가로,세로, 높이의 세 방향의
 측정이 가능한 입체의
ton : 2000 pound = 1ton.
trapezoid : 사다리꼴.
transformation : 평행이동.
reflection : 대칭이동.
rotation : 회전이동.
translation(slide) : 비탈짐, 경사., 빗변.
tree diagram : 나무그림~ 경우의 수를 파악할 때
 쓰인다.
triangle : 삼각형.
triangular number : 삼각수~ 1 3 6 10~
 삼각형모형으로 도형을 배열할 때의 수.
two-dimensional : 2 가지 방향으로 측정이 가능한
 평면도형의 .
trapezoid : 사다리꼴

U u

unlike fractions : 분모가 서로 다른 2 개 이상의 분수

unlikely : 있을 것 같지 않는, 가망이 거의 없는
having a less-than-even chance

V v

variable : 변수, 미지수

Venn diagram : 벤 다이어그램~ 집합에서, 쓰이는 그림

vertex : 꼭지점

volume : 부피

W w

whole number : 정수~ 0,1,2,3,4,5~.

word form : two-hundred fifty-seven.

X x

x-axis : x 축.

x-coordinate : 순서쌍에서의 x 성분. (3,4)에서 3

Y y

y-axis : y 축.

y-coordinate : 순서쌍에서의 y 성분. (3,4)에서 4

Z z

zero property of addition : 항등원, 0 덧셈의 원리
같은 수에 0 을 더하면 그 수가 나온다. $4+0=4$.

zero property of Multiplication : 곱셈에 대한 0 의
법칙 어떤 수에 0 을 곱하면, 0 이 된다. $4 \times 0 = 0$.

마름모; lozenge, rhombus, diamond shape

평행사변형; parallelogram

정사각형; regular square

타원형; oval

직사각형; oblong, rectangle

10각형; decagon

8각형; octagon

6각형; hexagon

5각형; pentagon

원; circle

세모; triangle

직선; straight line

곡선; curved line.

나선; screw

평행선; parallel line

직각; right angle.

예각; acute angle.

둔각; obtuse angle

이등변삼각형; isosceles triangle

정삼각형; regular triangle

사다리꼴; trapezoid

삼각(세모)기둥; triangular prism.

원통; cylinder

사각(네모)기둥; quadratic prism

삼각(세모)뿔; triangular pyramid

정사면체; regular tetrahedron

원뿔; circular cone

정육면체; cube

육각기둥; hexagonal prism

구; sphere

[출판예고]

Before the Publication

KGSEA Math Circle 이인하의 소감

1년이라는 장기 프로젝트를 끝내면서, 뻔한 멘트일지는 몰라도 팀워크의 중요성을 진심으로 깨닫게 되었다. 학생으로써 제대로 된 팀 프로젝트를 이 정도 인원으로 1년 간 계속 끌고 나가는 것은 아주 흔치 않은 기회이자 경험이라고 생각한다. 주어진 시간에 어떤 일을 완료하지 않으면 다른 사람들의 노력이 물거품이 되는 것을 눈 앞에서 보면서 부담감을 느끼고 마음이 무거웠다. 기하라는 주제를 중심으로 글을 쓰는 과정에서 그림을 그리고, 남들과 약간 다른 과목을 설명하다 보니 어려움이 많았다. 가장 바쁜 시기에 주기적으로 신경을 쓰고 집중을 해야 하는 것이 너무 힘들었다. 리더 다연이 누나와 팀원 상준이, 상원이 형, 주연이 누나, 준혁이 그리고 유충훈 대표님 등 너무 수고해주신 분들이 많고, 감사하다.

KGSEA Math Circle 장준혁의 소감

책을 편찬하는 과정이 생각했던 것보다는 힘들었던 것 같다. 물론 쉽지 않을 것이라고 각오를 했지만, 예상했던 것 이상으로 6명의 인원이 경시대회 1개를 최대한 분석하고, 그에 맞는 내용에 대한 설명을 직접 써가며, 예제, 연습 문제, 해설 등을 만드는 과정은 많은 노력이 필요했다. 또한 사는 지역도 서로 달라서 페이스북 그룹, 구글 그룹스, 스카이프 모임 등으로밖에 연락을 못해 소통의 제한도 컸고, 이 때문에 각자 준비한 부분들의 형식, 말투 등도 모두 달랐다. 심지어 마지막 일 주일이 조금 넘는 기간 동안 이 형식들을 통합하는 과정은 그 동안 했던 노력의 몇 배는 더 들여야 했던 것 같다. 하지만 모두 책 편찬을 향해 열정을 갖고 열심히 활동을 하고 큰 노력을 들여서 검토하고 수정하고 보완하는 과정을 반복해 이 결과물을 냈다는 사실에 대단히 감동스럽고 뿌듯했다. 앞으로도 KGSEA Math Circle의 일원으로서 자부심과 포부를 갖고 다음 활동들에 임하겠다.

KGSEA Math Circle 윤상원의 소감

저는 이 책을 읽을 여러분처럼 유학을 준비하는 학생도 아니고, AMC8을 응시해본 경험도 없습니다. 그래서 공저자인 5명의 친구들과 달리 시험장의 생생한 느낌이나, AMC8 특유의 문제해결 전략을 알려 주지는 못할 것 같습니다. 사실 이러한 이유로 저는 IRML 대회가 끝난 뒤 이 교재의 제작과정에 참여할 것인지 많은 고민을 했습니다. 그러나 달리 생각해보니 저와 여러분 사이의 거리는 오히려 저자로서 저의 가장 큰 장점이 아닐까 하는 생각이 들었습니다. 앞서서도 말했듯 저는 국내진학을 준비하는 학생이고, 사실 KGSEA를 통해 국제대회에 출전하기 전까지 AMC보다는 KMO가 익숙했던 친구입니다. 더군다나 AMC를 보는 여러분 대다수와 달리 ‘문과’ 학생입니다. 이러한 조건이 초기에는 많은 어려움을 가져오겠지만 저로 하여금 AMC의 협소한 틀에서 벗어나 좀더 폭넓은 접근 방식을 여러분께 전달할 수 있게 할 것이라고 생각합니다. 그런 이유로 저는 이 프로젝트에 참여하게 되었고, 이렇게 AMC 8편을 마무리하게 되었습니다. 책을 공부하는 과정에서 저에게 질문할 점이 있다면 적혀있는 메일로 언제든지 연락을 주기 바랍니다. 여러분의 궁금증을 해결하기 위한 질문을 받을 시간은 항상 비워 놓고 있겠습니다. 마지막으로 프로젝트를 잘 이끌어준 든든한 리더 다연이, 학교의 많은 과제와 수행평가로 시간 부족한 와중에도 마다하지 않고 많은 일을 해준 준혁이와 주연이, 언제나 마감시간을 지켜준 성실한 상준이, 톡톡 튀는 아이디어 창고 인하 모두에게 감사하다는 말을 전하고 싶습니다.

KGSEA Math Circle 이다연의 소감

KGSEA Math Circle이 만들어지고 벌써 거의 1년이 다 되어갑니다. 그 동안의 시간은 길다만 길고 짧다면 짧은 시간이었던 것 같습니다. Math Circle의 구성원인 친구들도 이제 알게 된 지 거의 1년이 되어갑니다. 잘 알던 사이도 아니고 자주 보던 친구들도 아니었지만, IRML이라는 대회에 참여하면서 모인 친구들과 함께 수학에 대한 생각을 공유하고 더 나아가서 다른 사람들에게 이러한 생각들을 알리는 것을 목표로 MSCK가 만들어지게 되었습니다. 각자 수학에 관심을 가지고 여러 가지 기회를 통해 수학을 접하면서, ‘이러한 기회들을 더 많은 사람들이 가질 수 있으면 어떨까’라는 생각으로 이번 프로젝트를 진행하게 되었고, 그 첫 단계로 <AMC8 히치하이킹>이라는 책 제작을 시작하게 되었습니다.

사실 처음에는 한국 학생들이 AMC라는 시험을 더 쉽게 공부할 수 있도록 문제를 번역하고 Math Circle만의 풀이 방법을 추가하는 방향으로 프로젝트를 시작하였습니다. 하지만 이 과정에서 단순히 번역을 하는 것보다 이 문제들에 대한 저희들의 생각을 더 전달할 수 있다면 좋을 것 같다는 생각이 들어 방향을 수정하게 되었습니다. 이 의도에 따라 저희는 AMC8 출제 문제들을 크게 8개의 카테고리로 분류하고, 이 문제들을 분석하는 작업을 시작하였습니다.

분류된 문제들을 분석한 내용을 통해서 1) 해당 주제에 대한 기본적인 내용들을 익히고, 2) 관련 문제들을 접근하는 방법을 공부할 수 있도록 각 단원을 구성하였습니다.

그 후에는 AMC8 기출 문제들을 통해 예시를 풀어보면서 익힌 내용을 적용할 수 있도록 하였습니다. 또한 ‘문제 해석하기’라는 단원을 별도로 제작하여 한국 학생들이 영어로 된 문제들을 접할 때에 헛갈릴 만한 부분들을 따로 정리하였습니다. 이 내용을 통해 학생들이 영어로 된 문제들이라도 큰 어려움을 느끼지 않고 풀어나갈 수 있도록 하였습니다.

마지막으로는 분석한 AMC8와 비슷한 유형의 문제들을 직접 만들어 학생들이 더 많은 문제를 접해보고 연습할 수 있도록 하였습니다.

처음에 이 프로젝트를 본격적으로 시작하기 위해서는 많은 어려움이 있었습니다. Math Circle 멤버들은 모두 다른 지역에서 생활을 하고 있었고, 고등학생이라는 점에서도 쉽게 연락하고 만나기에는 많은 어려움이 따랐습니다. 이러한 문제를 해결하기 위해 Google groups라는 방법을 사용하였지만, 처음에는 모두에게 생소한 방법이였기에 사용법을 익히는 데만도 크고 작은 어려움이 있었습니다. 또한 그 무엇보다도 Math Circle은 처음 시작한 그룹이었기에 아무런 방향이 제시되지 않은 채로 저희들만의 ‘무언가’를 만들어 나가야 한다는 점에서 약간의 방향을 하기도 하고, 지속적인 수정도 필요하였고, 그만큼 저희가 느끼는 부담도 있었습니다.

하지만 함께 길을 만들어나가면서 저희는 많은 것들을 배웠습니다. 저희의 입장에서 생각하는 것이 아니라 저희의 글을 읽을 다른 사람들의 입장에서 많은 생각을 해보기도 했고, 비록 멀리 떨어져 있지만 함께 의견을 조율해나가며 일을 하는 법도 배웠습니다. 또한 어떠한 그룹의 리더가 된다는 것에 대해서도 많은 것을 배웠습니다. 처음에는 리더로서 어쩌면 더 큰 부담도 가지고 있었고, 같은 또래의 친구들과 일을 진행하자니 쉽지 않았던 점들도 있었지만, 이제는 어떨 때는 앞에서, 어떨 때는 뒤에서 그룹을 이끌어야 한다는 것도 조금은 알게 되었고 그만큼 값진 경험들을 얻었습니다.

이렇게 마무리 하는 시점에서도 아직 아쉬운 점들도 많고 부족한 부분도 많이 보이지만, 이제 막 첫 걸음을 뗀 프로젝트이기에 앞으로 더 많은 발전을 이뤄낼 것이라고 믿습니다. 그 동안 여러 방면으로 많은 도움을 주시고, 끝까지 저희를 믿어주신 유충훈 선생님, 그리고 바빴을 텐데도 부족한 리더를 많이 도와주고 최선을 다해 즐겁게 일해주었던 멋진 KGSEA Math Circle 친구들에게 모두 감사하다는 말을 전하고 싶습니다.

[연습문제 영어 번역]

English Translations of Problems

***Chapter 1 Problems**

1. $3x + 7y = 15$, $4x + 2y = 20$. Find x and y .
2. $A + B + C = 4$, $A + 2B + 3C = 7$, $A + 4B + 7C = 28$. Find A , B , and C .
3. $X = 3x + 2y$, $Y = 4x + 9y$. Express $7X + 8Y$ in terms of x and y .
4. There is a 49-year-old father and a 13-year-old son. How many years later the father's age will be 2 years younger than three times of son's age?
5. There is 200g of 5% salt water. We want to get 10% salt water. How much gram of water should be evaporated?
6. Sangwon distributes pitches to students. If he gives three pitches per one student, there remain three. If he gives four pitches per one student, he needs five more pitches. How many pitches does Sangwon have?
7. Last year, 1800 students were in Chung Sol International High School. This year, the number of male students increased 8% and female students decreased 5%. 1814 students are in Chung Sol International High School in this year. How many female students are in Chung Sol this year?
8. There are 20 chairs of A or B type. The sum of the legs of 20 chairs is 67. How many A type chairs are there? (A type has 3 legs and B type has 4 legs.)

9. Sang Jun takes 10 days to finish his work and Da Yeon Takes 15 days to do the same thing. How long does it takes for Sang Jun and Da Yeon to finish the work if they do it together?
10. The original price of a product is 140% of production cost. Pete sold the product at the price 100 won less than the original price. If he got the profit of 200 won from this trade, find the original price.
11. Joon Hyuk mistook $3x - 1$ for $1 - 3x$ in the process of solving an addition problem. His answer was $2x + 3$. What is the correct answer of the problem?
12. $A = 6x + 3y$, $B = x + 2y$. What is $3A + 2(A - B)$ in terms of x and y ?
13. Joo Yeon bought a notebook which is 1000 won using the half of her money. How much money did she have before buying the notebook?
14. Someone mistook $x - 5$ for $5 - x$ in the process of solving an addition problem. His answer was $2x + 1$. A is a first-degree term and B is a constant term of the correct answer. Find $A + B$
15. Inha mistook $2x + 7$ for $-2x - 7$ in the process of solving an addition problem. His answer was $(-3x - 11)$. Let Inha's answer be A and the correct answer be B . Express $A - 2B$ as a polynomial of x .
16. A 20cm candle melts in a speed of 0.4cm per a minute. Find the length of the candle after 15 minutes.
17. The degrees of two polynomials X and Y are both 1. The coefficient of the linear term of A is -3 and the constant term of B is -4 . Let $A + B = 5x + 6$. Express $A - 2B$ as a polynomial of x .

18. A basketball team scored 102 during 4 quarters. They got 48 points during first two quarters. If they scored two times more in fourth quarter than the third quarter, how many points did the team score in the third quarter?

19. Phantom the master of opera house requires 4 won for men and 2 won for women. Today 15 people visited the opera house and phantom got 46 won. Find the number of men and women visited opera house.

20. $x + 15 = 5x + 3$. Find x .

21. Sangwon removed a cup of 10 % salt water from the 500g bottle which was full of salt water. One minute later he poured a cup of 4% salt water in the bottle to make it full again. Then the portion of salt became 8%. Find the capacity of Sangwon's cup.

***Chapter 2 Problems**

1. Julie plans to earn some money by babysitting. She works 3 days and receives \$5 for tip, while she earns \$10 per day. How much money she earned by babysitting?

- (A) \$20 (B) \$25 (C) \$30 (D) \$35 (E) \$40

2. A tangerine costs \$1.3. To buy 7 tangerines, what is the minimum number of \$1 bills that you need to pay?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

3. Mark refueled his car, which runs 1km with 1L of gas. He drives for 10km and filled the car with 25L of gas. Then he drives home for 53km, and the car exhausted. At first how much gas did he filled his car with? (Suppose that there was initially no gas.)

- (A) 36L (B) 37L (C) 38L (D) 39L (E) 40L

4. If $a \blacksquare b = ab - a + b$, then what is $(2 \blacksquare 7) \blacksquare 1$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 19 (D) 23 (E) 39

5. Amy and Brian should make 500 posters for school orchestra concert. Amy makes 50 posters and Brian makes 75 per hour. If both make posters simultaneously, how many hours will it take to make 500 of them?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

6. What is $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100 \times 101}{5 \times 6 \times 7 \times \dots \times 100 \times 101 \times 102}$?

- (A) $\frac{1}{17}$ (B) $\frac{4}{17}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{8}{33}$ (E) $\frac{24}{101}$

7. Kate goes to airport to visit US. She carried 2 bags, A and B. The former is 42kg and the latter weighs 18kg. If A is x times heavier than B, what is $\lfloor x \rfloor$? ($\lfloor x \rfloor$ is the largest integer that doesn't exceed x)
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

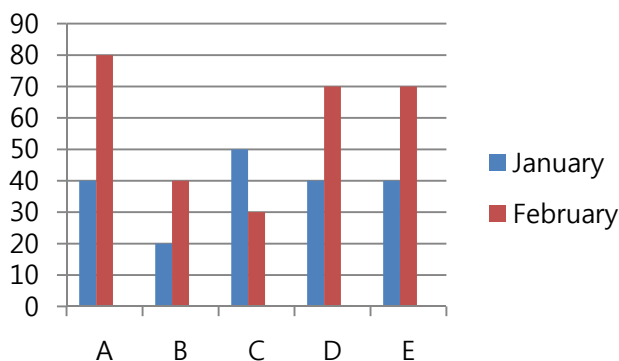
8. Inha and his brother received \$10 and \$16 each from their grandparents as allowance. Later, he shared some of his allowance with his brother so that both have the same amount. Afterwards, how much money does Inha have?
- (A) \$5 (B) \$8 (C) \$13 (D) \$14 (E) \$16

9. There was a box of apples. Half of them were eaten yesterday, and today father ate 3 of them. If there is to be one third of initial apples, after eating 11 tomorrow, what is the number of apples that initially existed?
- (A) 21 (B) 28 (C) 42 (D) 63 (E) 84

10. Let $\frac{1 \times 2}{100 \times 99} \times \frac{3 \times 4}{98 \times 97} \times \frac{5 \times 6}{96 \times 95} \times \dots \times \frac{97 \times 98}{4 \times 3} \times \frac{99 \times 100}{2 \times 1} = k$, then what is k^2 ?
- (A) 1 (B) 4 (C) 9 (D) 25 (E) 64

11. The chart at right shows the relative sales of fried chicken over January and February. $Max(X)$ means the maximum of the sales of January and February. Then, what is $\frac{Max(A) \times Max(E)}{Max(B) \times Max(D)} = ?$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 2 (C) $\frac{4}{5}$ (D) 1 (E) $\frac{1}{2}$



12. What is the maximum of the positive real number which is bigger than its reciprocal or the same?
- (A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2 (E) 3

13. Tony went supermarket to buy peanut butter. The price rose for 40% compared to last year. He bought one, and he also received another for free. The average money Tony paid for his two peanut butters is lower by what percentage of last year's price?

- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 30

14. Christina opened her piggy bank. Among coins, 20% were ₩500 coins, 70 of them were ₩100 coins, and the rest were ₩50 coins. In terms of value of the money, what percentage do the ₩100 coins amount to, out of all the coins?

- (A) 40% (B) 42% (C) 44% (D) 45% (E) 46%

15. Dora receives candies from her mother for every entire book she reads. She does not receive a candy for reading a book partially. From July 7th to 15th, Dora reads one third of a book on days with even number dates and three fourths of a book on days with odd number dates. How many candies she will get?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16. If $\frac{2^5}{4^1} \times \frac{2^6}{4^2} \times \dots \times \frac{2^{10}}{4^6} = 4^m$, what is m ?

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) 3

17. Wang plans to memorize 300 vocabularies. At the first day, she memorizes 24 words, and day after day, she continues to reduce the number of words to memorize by one. How many days it will take to memorize all the words? (Suppose she doesn't forget any of the words.)

- (A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26

18. Among many people who visit Maynard's blog enters it through search. 45% of them visit by searching 'Economics'. Among 2000 of visitors, what percentage of them visited via searching 'Economics'?

- (A) 175 (B) 180 (C) 200 (D) 205 (E) 220

19. Tom deleted 10 pictures of 35kB and 8 documents which is 50kB from Dropbox. After the removal, 160kB of data left. Initially, how much data were there?

- (A) 880KB (B) 910KB (C) 950KB (D) 960KB (E) 965KB

20. In DNA, bases pair up making hydrogen bonds. A (adenine) and T (thymine) makes double hydrogen bonds, while G (guanine) and C (cytosine) makes triple bond. If, among bases, G and C compose 40% of them, what percentage of hydrogen bonds formed by G and C among those of T and C ? (A can only match up with T , and C only matches up with G)

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

21. Let $a \phi b = \frac{a-b}{ab}$, then $(\frac{1}{764} \phi \frac{1}{765}) \phi (\frac{2}{579} \phi \frac{2}{583}) = ?$

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (E) 2

22. An insect has 16 legs. With 100 shoes, how many insects in maximum can wear shoes for all of each insect's feet?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

23. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11} = ?$

- (A) $\frac{1}{11}$ (B) $\frac{5}{11}$ (C) $\frac{9}{22}$ (D) $\frac{9}{11}$ (E) $\frac{10}{11}$

24. A and B are smartphone users who can use up to 500MB of data per month. A uses 20MB everyday to watch cartoons online and B uses 25MB everyday for SNS activities. How many days earlier will A use up his usable data than B ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

25. In a party, 22 people shake hands with every other person. Among participants, number of women and men are equal. Among all the handshakes, the percent of handshakes made by married couples was $\frac{2}{7}$. How many

people are married? (Suppose that married couples accompany each other)

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

26. To fill a water tank of 72L, Alex uses a bucket of x L. With any overflow, he can fill the tank with 6 buckets of water. What is the sum of maximum and minimum number of x ? (In this case, x is a positive integer.)

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

27. Grace and Julia translate AMC8 problems and solutions into Korean. Grace translates 5 years of problems for two hours, and 2 years of solutions per hour. Meanwhile, Julia can translate them in twice the speed of Grace. To translate problems and solutions of 1999 to 2013, how many hours does it take? (Suppose AMC8 is held once a year, and they cannot translate solutions unless they finish translating problems.)

- (A) 3 hours and 45 minutes (B) 4 hours (C) 4 hours and half
(D) 4 hours and 45 minutes (E) 5 hours and 15 minutes

28. James runs 4km per hour, while Bolt runs 3.5km per hour. In a 15 km of track, James first runs, and then Bolt takes over the turn to finish the track. Suppose both runs same period of time. If James drank a cup of water every hour, how many cups he drank?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

29. For different integers a and b , let $a \bowtie b = \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. $(21 \bowtie 35) \bowtie 8 = ?$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3 (E) 4

30. Sandy and Maggy tries to mow 5 square feet of the field. Sandy can mow 4 square feet per hour, while Maggy can do 5 square feet every two hours. Maggy first mows half of the field, and Sandy mows together with her. How many hours it takes to mow the field?

- (A) $\frac{18}{13}$ (B) $\frac{19}{13}$ (C) $\frac{21}{13}$ (D) $\frac{22}{13}$ (E) 2

***Chapter 3 Problems**

1. Two to the eighth power equals to four to the which power?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. Won Sik has 30 candies. If he wants to distribute all of his candies to more than one child, to how many different number of children can he distribute his candies equally?
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

3. Which is a number that you can't make multiplying 2 and 5?
(A) 4 (B) 10 (C) 24 (D) 25 (E) 40

4. If August 7th was Wednesday, then which day would July 14th have been?
(A) Sunday (B) Tuesday (C) Wednesday (D) Friday (E) Saturday

5. What is the addition of all prime factors of 2013?

6. There are several books on the bookshelf. Dividing them into 6 gave us the remainder of 3, and when divided into 10 gave us again the remainder of 3. Then what would be the least number of books that can satisfy the division?

7. Young Jae wants to divide 60 pieces of Pringles chips with his friends. The number of his friends satisfies these conditions.
 - 1) There were 4 pieces of chips left when divided equally with his friends.
 - 2) Including Young Jae, the number of people who ate Pringles did not exceed 8.How many friends are with Young Jae?

8. You are trying to distribute erasers, pencils, and notes. There are 18 erasers, 24 pencils, and 20 notes. What is the biggest number of children which the erasers, pencils, and notes could each be distributed equally to all children?

9. There is a long rice cake. If this rice cake divided into 18 or 12 could be distributed equally to people, then what is the biggest number of people possible?

10. A deck of cards contain 52 cards. To play ‘Catch Thief’, you will distribute these cards to everyone equally. If you need at least 3 people with each having at least 8 cards to play a ‘fun’ game, how many people are needed to play a ‘fun’ game?”

11번. If you get 1 for the remainder when you divide the number with any number from 2 to 8, then what is the smallest number of these numbers?

12번. Jun Seok was born in August 30th. To celebrate his mother’s birthday in November 20th, he saved 5 cents starting from his birthday until the day before her birthday. How much money did Jun Seok gather?

13. If w, x, y, z are all positive integers, and $2^w \times 3^x \times 5^y \times 7^z = 14,288,400$, then what is the value of $w + x + y + z$?

14. For how many three-digit numbers do you get 30 when you multiply the digits?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

15. There are positive integers, x and y . If the multiplication of x and 180 is a square of a number and the multiplication of x and y is a cube of a different number, then what is the addition of the smallest x and y corresponding to these requirements?

16. How many three-digit numbers have the same hundreds and tens digit number, and are less than 15 when you add the numbers from each digit place?
17. A two-digit number has its tens digit number 4 bigger than its ones digit number. If you subtract this number with the number you get by switching the place of the tens and ones digit number, what is the result you get?
18. We can represent 6 as the addition of prime numbers, such as $2 + 2 + 2$. If we are to represent 8, one way is $5 + 3$. Then, how many different ways can you represent 18?
19. In order to grab some snacks, you broke your piggy bank and grabbed any 15 coins in it. With it, you were just able to buy a 1 dollar and 50 cent snack without any money left. Then how many types of set of coins could you have grabbed?
20. How many three digit numbers make a square of a number when you add its hundreds and ones digit number?
21. Children are playing with the drawers. The first child opens all the drawers. The second child closes the drawers at the multiplication of 2. The third child closes the open drawers or opens the closed drawers at the multiplication of 3. If such many children do this with sufficient amount of drawers, then counting from the front at where would the 2013th open drawer be?
22. What is the addition of the tens and ones digit number of 107^{2013} ?

23.

You place a knight on a top left corner of this specific chessboard. The knight on the chessboard on the left is represented as K. If the knight moved three times, which of the following places can't a knight go? (A knight moves to an adjacent space and then to a diagonally placed space in one move)

K			5	
	2			1
				4
	3			

24. There are several long chairs. 2 children are left when 6 children sit on one chair, and when 8 children sit on one chair, one chair does not have anyone sitting on and one chair only has 4 children sitting. If the number of chairs is a , and the number of children b , what is $a + b$?

- (A) 45 (B) 47 (C) 49 (D) 51 (E) 53

25. If Su Jin's birthday was at Saturday on January, 2013, at which year would Su Jin's birthday again be Saturday?

26. Which day is it 1100 days after April 10th, 2013?

27. It takes an hour to solve one question. If you received 10 questions initially and receive 1 more questions every after 2 hours, when would you not have any more questions to solve?

- (A) 16 hours (B) 17 hours (C) 18 hours (D) 19 hours (E) 20 hours

28. What is the smallest 7-digit number that can be divided by 11 made by arranging 1,2,3,4,5,6,7?

29. 196 juniors in San Sung Academy were distributed into 7 classes. At each classroom, equal amount of children and teachers are placed. If the teacher to the student ration is 1:14, how many teachers are working in San Sung Academy?

***Chapter 4 Problems**

1. Dan, who was holding two exactly same coins, dropped both of them when he accidentally ran into his friend. What is the probability that the two coins will land on the same side?

- (A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) 1

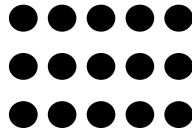
2. Willy, who is playing a board game, throws a dice and a coin. The numbers on each side of the dice are 1, 3, 3, 4, 6, and 8. What is the probability that the number on the top face of the dice is an even number?

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

3. Ken is practicing a magic trick with a fake coin. When he throws the coin, the probability of the coin landing on tails is twice the probability of the coin landing on heads. What is the probability that the coin will land on heads when Ken throws the coin?

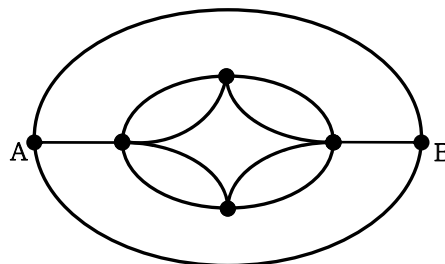
- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) 1

4. Fifteen dots are arranged into three rows, as in the following diagram. In how many ways can three dots, one dot from each row, be selected?



- (A) 5 (B) 10 (C) 25 (D) 75 (E) 125

5. In the following diagram, lines and curves represent roads while dots represent the junctions where roads meet. One person is traveling from Point A to Point B . He has to move along roads, and he cannot move from right to left. In how many ways can he travel?



- (A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 15

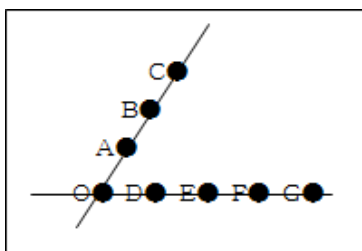
6. Charlie and Davy received homework on Friday. The probability of Charlie doing his homework is $\frac{9}{10}$, and the probability of Davy doing his homework is $\frac{8}{9}$. What is the probability that neither will do his homework?

- (A) $\frac{1}{90}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{17}{19}$ (E) $\frac{161}{90}$

7. Tom throws n dice. The probability of all of the n dice showing an even number is $\frac{1}{8}$. What is the value of n ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. In the following diagram, how many triangles with Point O as one vertex and two other points - one from \overline{ABC} and another from \overline{DEFG} - as the other two vertices can be formed?



- (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 20

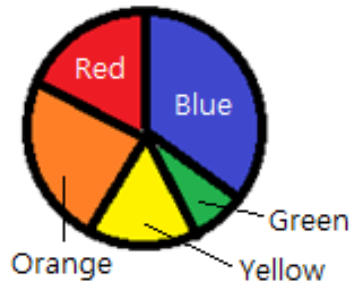
9. Terry has nine pennies, two nickels, and one quarter. How many values of money, with the exception of 0 cents, can he pay with his coins?

- (A) 11 (B) 17 (C) 19 (D) 29 (E) 39

10. Wendy throws one regular six-sided dice and one dodecahedral (having twelve sides) dice. The numbers on each side of the six-sided dice are 1, 2, 3, 4, 5, and 7, while the numbers on each side of the dodecahedral dice are 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, and 13. What is the probability of obtaining an odd number from both dice?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{5}{9}$

11. Joshua spins the following circular disk. The probability of getting the yellow part, the red part, the orange part, and the blue part is twice, three times, four times, and five times, respectively, of the probability of getting the green part. When Joshua spins the disk, the probability of him getting the green part is p . Then, which of the five choices below is true?



- (A) $1 > p > \frac{4}{5}$ (B) $\frac{4}{5} > p > \frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{5} > p > \frac{2}{5}$ (D) $\frac{2}{5} > p > \frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{5} > p > 0$

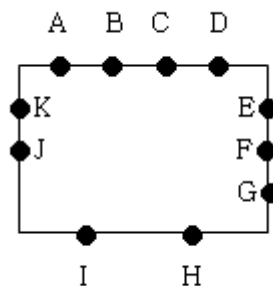
12. Johann has five nickels, two dimes, and n quarters. If Johann can pay in 126 different ways with his coins, including the case when he pays \$0 by using no coins, what is the value of n ?

- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

13. Wilder is climbing a staircase with five steps. He can climb one or two steps at a time. In how many ways can Wilder climb the staircase?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

14. The following diagram consists of a rectangle and the dots on the sides of the rectangle. A triangle can be constructed by choosing three out of the four sides of the rectangle and then selecting one dot from each of the three to be the vertex of the triangle. How many triangles can be constructed?



- (A) 24 (B) 48 (C) 76 (D) 96 (E) 120

15. Larry is creating a new board game with his friends. In their game, a player throws a dice and a coin. The coin decides whether the player's piece moves forward or backward, and the piece moves as much as the number obtained by rolling the dice. In how many ways can a piece move in one turn?

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

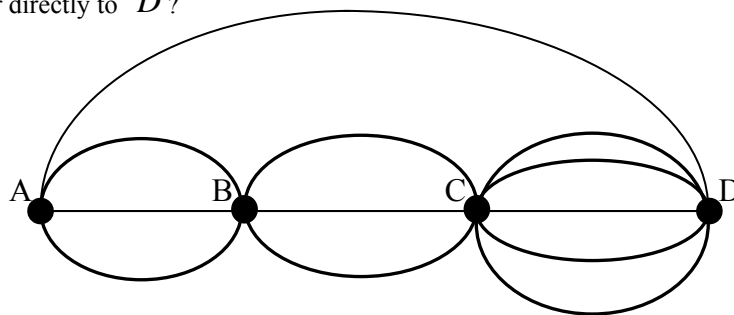
16. Dave throws three coins. Two of them are regular coins, but the third coin is a fake one. The probability of the fake coin landing on tail is 1.5 times the probability of it landing on head. What is the probability of one coin landing on tails and two coins landing on heads when Dave throws the three coins?

- (A) $1/8$ (B) $1/5$ (C) $5/18$ (D) $7/20$ (E) $9/20$

17. Wendy's club members voted for the club captain. There were two candidates. Six members were voting, and the probability of each of them choosing the first candidate was the same as p . If all votes were valid, and if the probability of four members choosing the first candidate was $20/243$, what is the value of p ?

- (A) $1/3$ (B) $1/2$ (C) $2/3$ (D) $3/4$ (E) $5/6$

18. The following diagram is a map that shows the roads between A and D . There are three roads both from A to B and from B to C . There are five roads from C to D . There is one road along which a person can move directly from A to D . How many ways are there for a person to travel from A to D , either through B and C or directly to D ?



- (A) 11 (B) 16 (C) 45 (D) 46 (E) 90

19. Edward has three pennies, three nickels, one dime, and two quarters. How many different sums of money can Edward pay with his coins, with the exception of \$0?

- (A) 53 (B) 63 (C) 73 (D) 83 (E) 93

20. Tony is climbing a staircase of n steps. Tony can climb one or two steps at a time. If he can climb the staircase in a total of 21 different ways, what is the value of n ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

***Chapter 5 Problems**

1. The ages of a math circle's members are 14, 16, 13, 15, 16, 14, and 17. What is the average age of these 7 members?

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

2. A psychologist visited Bob's company and selected six employees at random to interview. To them, he asked, "How much satisfaction do you feel when working?" The employees responded with a whole number on a scale of one to ten to express their satisfaction. The responses of the employees were 5, 6, 10, 4, 3, and 8. What average satisfaction would the psychologist obtain from his interview?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10

3. David, who is late for school, is running at a speed of 10km/h toward his school. If the distance between David's present location and his school is 1km, how many minutes will it take for him to reach school?

- (A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 30

4. Michael has 40 cards, and Abigail has 30 cards. Michael's cards cost \$2 each while Abigail's cards cost \$3 each. In this case, what is the number closest to the average price of their 70 cards?

- (A) 2 (B) 2.25 (C) 2.5 (D) 2.75 (E) 3

5. The following chart shows the scores that students of Class A received on their math test. What is the average score of these twenty students, rounded to the nearest whole number?

Score	Number of Students
60 or higher but below 70	1
70 or higher but below 80	2
80 or higher but below 90	4
90 or higher but below 100	13

- (A) 80 (B) 85 (C) 90 (D) 95 (E) 100

6. John listed the spelling test scores of his students in increasing order: 93, 93, 93, 93, 93, 95, 96, 98, 99, and 100. Which of the following is true?

- (A) Mode<Average<Median (B) Mode<Median<Average (C) Median<Average<Mode
(D) Median<Mode<Average (E) Average<Median<Mode

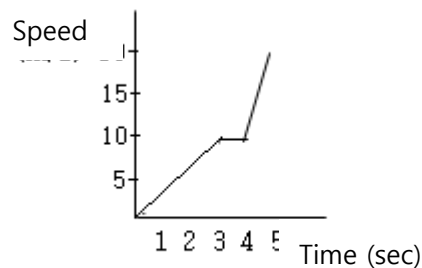
7. James walks at the speed of 4km/h for an hour, then at the speed of 5km/h for two hours, rests for an hour, and then resumes his walk, walking for an hour at the speed of 3km/h. What is his average speed during the five hours?

- (A) 3.1 (B) 3.4 (C) 3.7 (D) 4.0 (E) 4.3

8. Mr. Tame is checking his students' exam scores. There are no students who received scores below 80. There are 3 students whose scores are 80 or higher but below 85, 10 students whose scores are 85 or higher but below 90, 12 students whose scores are 90 or higher but below 95, and 7 students whose scores are 95 or higher but below 100. What is the number closest to the average score of the 32 students?

- (A) 87.5 (B) 90 (C) 92.5 (D) 95 (E) 97.5

9. The following graph shows the instant speed of a toy car. What is the average speed of the car during the first four seconds?



- (A) 0 (B) 4 (C) 6.25 (D) 8 (E) 10

10. Jerry has a rectangular array of numbers with 30 columns and 50 rows. First, he calculated the average of numbers in the fifteen odd-numbered columns, which was A. Second, he calculated the average of numbers in the fifteen even-numbered columns, which was B. Third, he calculated the average of numbers in the twenty five odd-numbered rows, which was C. Last but not least, he calculated the average of numbers in the twenty five even-numbered rows, which was D. Which of the following is true about the relationship between A, B, C, and D?

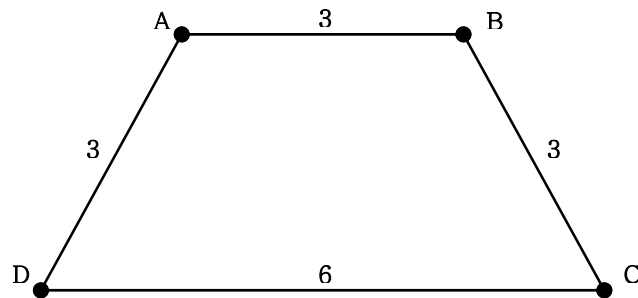
- (A) $3A + 3B = 5C + 5D$ (B) $A = B = C = D$ (C) $A + B = C + D$
 (D) $A : B = C : D$ (E) $5A + 5C = 3B + 3D$

11. Jenny has ten balls, each with a number between one and ten written on it, which is not necessarily distinct. Among the balls, two of them have the same number written on them, and one number between one and ten is written is not written on any of the balls. One day, Jenny lost one ball, so she bought a new ball with 10 written on it. If the average of the ten numbers written on the ten balls increased by 0.5 after the purchase, what number was on the ball that Jenny lost?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

*Chapter 6 Problems

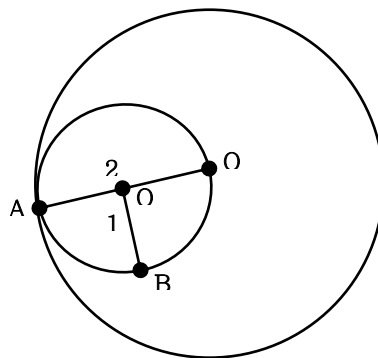
1.



When $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DA} = 3$, $\overline{CD} = 6$, find the area of $\square ABCD$

- (A) 12 (B) 18 (C) $12\sqrt{3}$ (D) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (E) 15

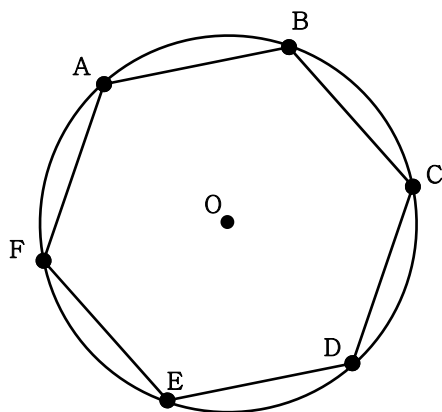
2.



When the radii of Circles O and O' follow the figure, what is the ratio of the area of Circles O and O' ?

- (A) 3:1 (B) 2:1 (C) 4:1 (D) 5:1 (E) 6:1

3.



Find the ratio of the perimeters of Circle O and hexagon $ABCDEF$.

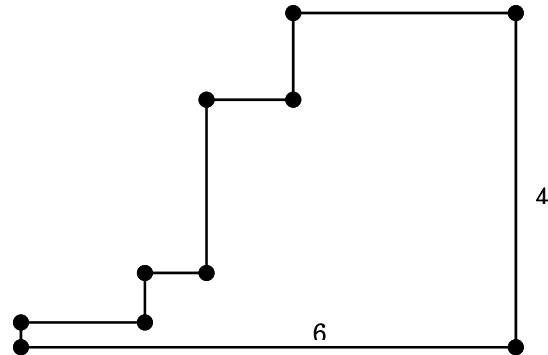
- (A) $3:\pi$ (B) 1:1 (C) $\pi:3$ (D) 1:3 (E) 1:6

4.

When $\angle QPS = 60^\circ$ what is the area of the rhombus $\square PSRQ$?

- (A) 40 (B) $100\sqrt{3}$ (C) $50\sqrt{3}$ (D) $200\sqrt{3}$ (E) 170

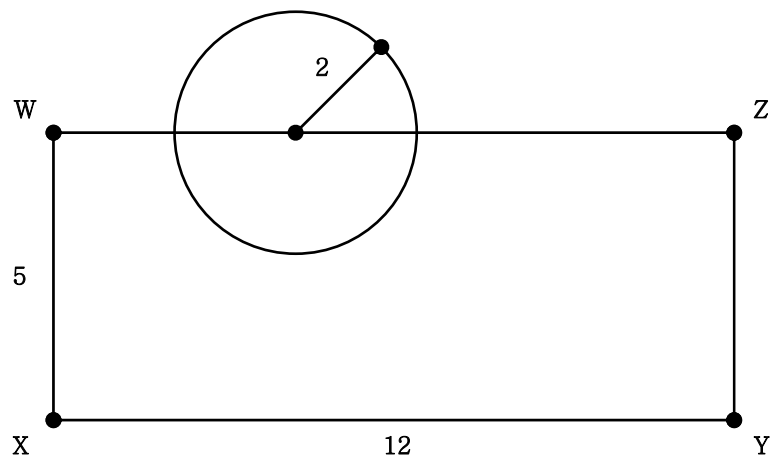
5.



Find the perimeter of the figure above.

- (A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 18 (E) 33

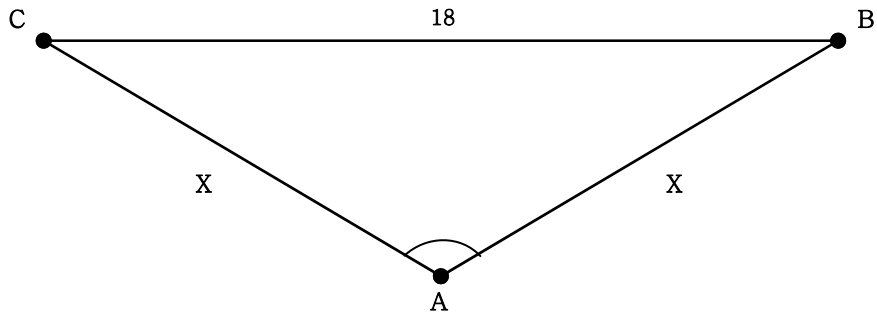
6.



The center of a circle whose diameter is 2 tends to move around the sides of rectangle $WXYZ$, whose sides lengths are shown above. What is the area of the path of this circle?

- (A) 60 (B) $4\pi + 60$ (C) $4\pi + 68$ (D) $4\pi + 120$ (E) 120

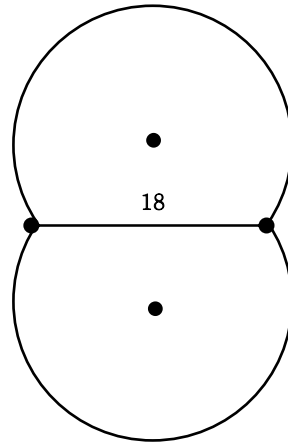
7.



When $\angle BAC = 120^\circ$, what is the length of x ?

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) $18\sqrt{3}$ (C) $12\sqrt{3}$ (D) $15\sqrt{3}$ (E) $3\sqrt{3}$

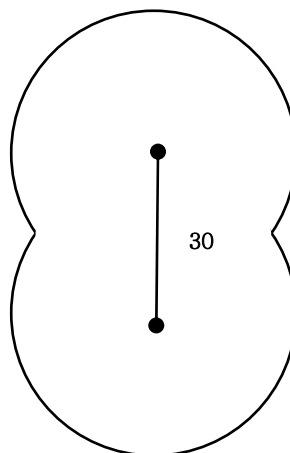
8.



The figure above is made by overlapping the center of each circle onto each other. When the length of the line above is 18, what is the perimeter of the figure?

- (A) $9\sqrt{3}\pi$ (B) $16\sqrt{3}\pi$ (C) $12\sqrt{3}\pi$ (D) $20\sqrt{3}\pi$ (E) $5\sqrt{3}\pi$

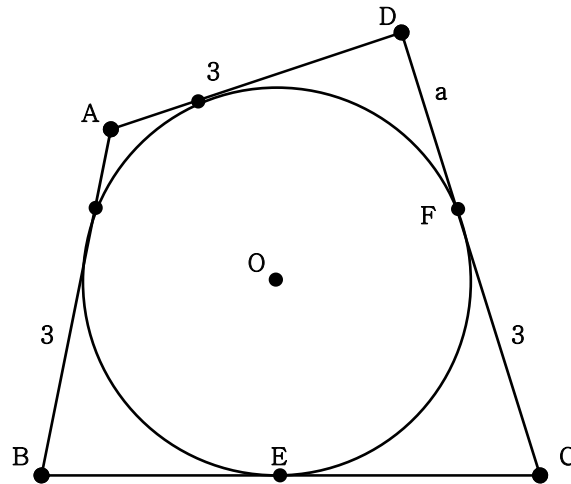
9.



The figure above is made by overlapping the center of each circle onto each other. When the length of the line above is 30, what is the perimeter of the figure?

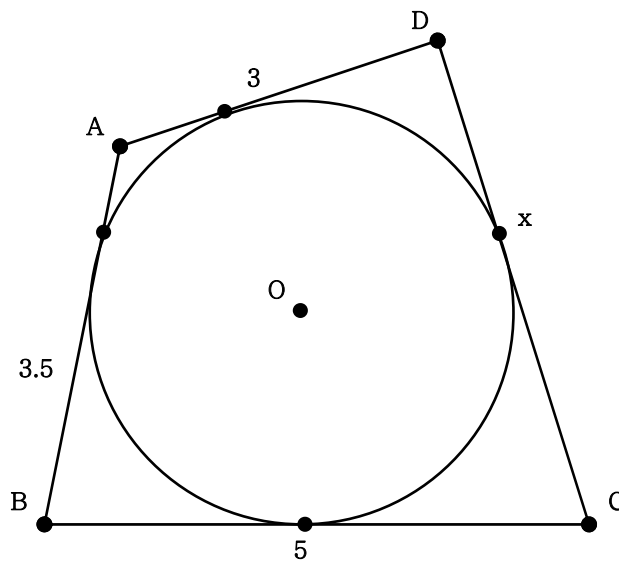
- (A) 60π (B) 80π (C) 50π (D) 40π (E) 70π

10.

Find $a + b$ on the figure above.

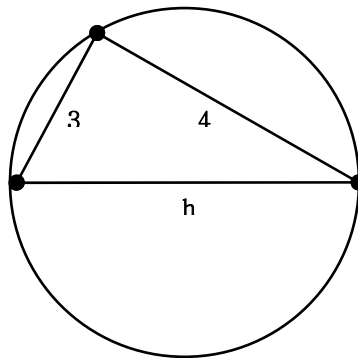
- (A) 3 (B) 4.5 (C) 5.5 (D) 6 (E) 7.5

11.

In the figure above, the lengths of \overline{AD} , \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} are respectively 3, 3.5, 5, x . Find x .

- (A) 6 (B) 7.5 (C) 5.5 (D) 6.5 (E) 4.5

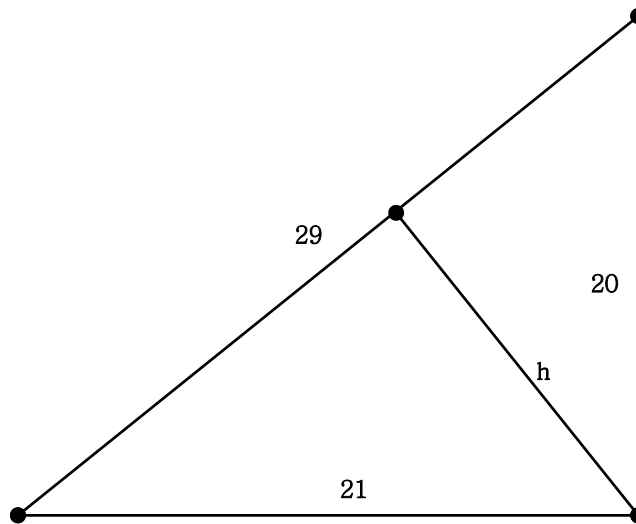
12.



h is the diameter of the circle. Find h .

- (A) 4 (B) 4.5 (C) 5 (D) 5.5 (E) 6

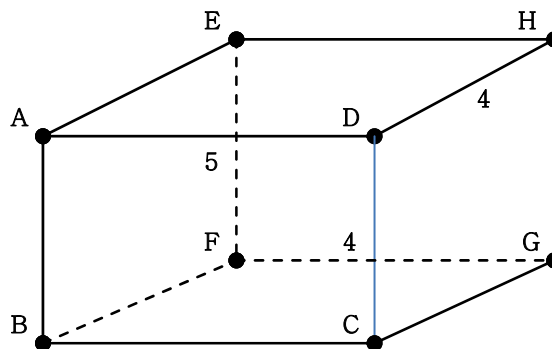
13.



The length of the lines of the triangle equals to the figure above. Find h .

- (A) $\frac{420}{29}$ (B) $\frac{440}{29}$ (C) 20 (D) 21 (E) 29

14.



The figure's side lengths are shown above. Find the area.

- (A) 60 (B) 75 (C) 80 (D) 90 (E) 120

***Chapter 7 Problems**

1. How many subset of (a, b, c, d, e) include both a and b ?
2. Prove that if the number of element of set A is n , the number of the subset of the set A is 2^n
3. $A = \{x \mid x \text{ is a multiple of } 2\}$, $B = \{x \mid x \text{ is a multiple of } 7\}$, $C = \{x \mid x \text{ is a natural number which is relatively prime with } 28\}$. Express C in terms of A and B .
4. Prove $A = B$ when $A = \{3m - 1 \mid m \text{ is an integer}\}$ and $B = \{3n + 2 \mid n \text{ is an integer}\}$.
5. There are 30 prisoners in Toulon. 20 of them stole things and 15 of them killed people. Let the number of people who Killed people and stole things be A . What is the maximum value of A ?
6. There are 40 students in Sangwon's class. 32 students in Sangwon's class can play the piano. 22 students can play violin 13 can play cello. There are 9 people who can play 2 instruments. How many students can play three?

***Chapter 8 Problems**

1. If each letter in the equation below represents different numbers, and no letters can represent the numbers already written (2 and 7), what is the sum of A , B , C , and D ?

$$\begin{array}{r} A7D \\ + BDA \\ \hline BC22 \end{array}$$

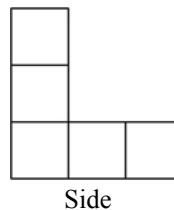
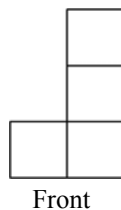
- (A) 7 (B) 9 (C) 17 (D) 13 (E) 12
2. When each letter in the following equation represents different numbers, what is the difference of A and B ?

$$\begin{array}{r} A7 \\ \times B \\ \hline 81 \end{array}$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
3. When each letter in the following equation represents different numbers, what cannot be possible substitution for E ?

$$\begin{array}{r} WHY \\ +WHEN \\ \hline YIHIE \end{array}$$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
4. There is one figure built with cube blocks. Two different views of the figure are provided below. What is the minimum number of blocks that the figure is consisted of?

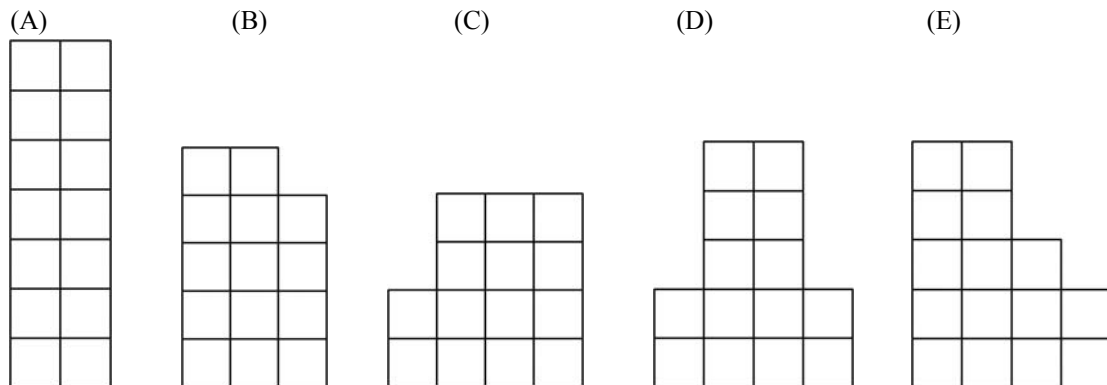
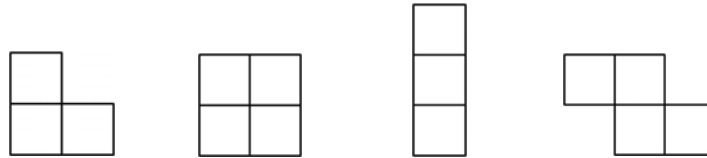


- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) 12

5. In the 4×4 grid shown below, the numbers 1, 2, 3, 4 can go into each row and column only once. (ex. two 1s cannot be in the same row or the column) What number should be in the upper-right corner?

1			
		2	
	3		
	1		4

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
6. Which of the following figures cannot be made using four given pieces?



7. When each letter in the equation represents different numbers, what is the sum of A and B ?

$$\begin{array}{r} \text{AA} \\ + \text{B} \\ \hline 28 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{AA} \\ \times \text{B} \\ \hline 132 \end{array}$$

- (A) 7 (B) 5 (C) 10 (D) 15 (E) 8
8. Letters A, B, C, D each represent some number among 1, 3, 5, and 7, and they are distinct. If the sequence of letters $CBEDA$ can be represented by 51837, what number does the letter E represent?
- (A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 3 (E) 7

9. Let A and B represent different numbers respectively. With these two letters, we can make 2-digit number AB and BA . If $AB - BA = 18$, what is the difference between A and B ?

(A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 2 (E) 1

10. When each letter in the equation represents different numbers, what cannot be a substitute for letter D ?

$$\begin{array}{r} ABA \\ + CDC \\ \hline 6CB \end{array}$$

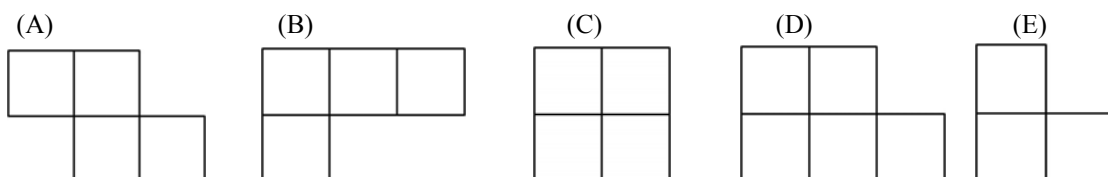
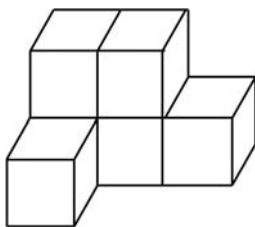
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 7

11. Let each numbers in the equation all represent different numbers. If $O = 2, F = 1, E = 8$ and none of the letters can be 9, what number is V ?

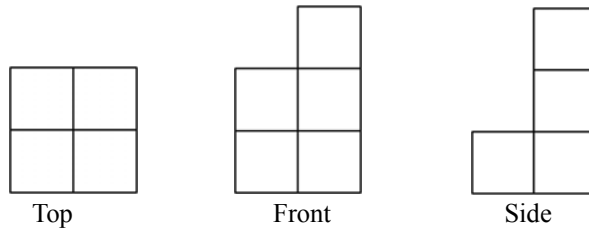
$$\begin{array}{r} ONE \\ + FOUR \\ \hline FIVE \end{array}$$

(A) 4 (B) 6 (C) 3 (D) 8 (E) 5

12. One 3-dimensional figure is given below. What would be the shape that is seen when viewed from above?

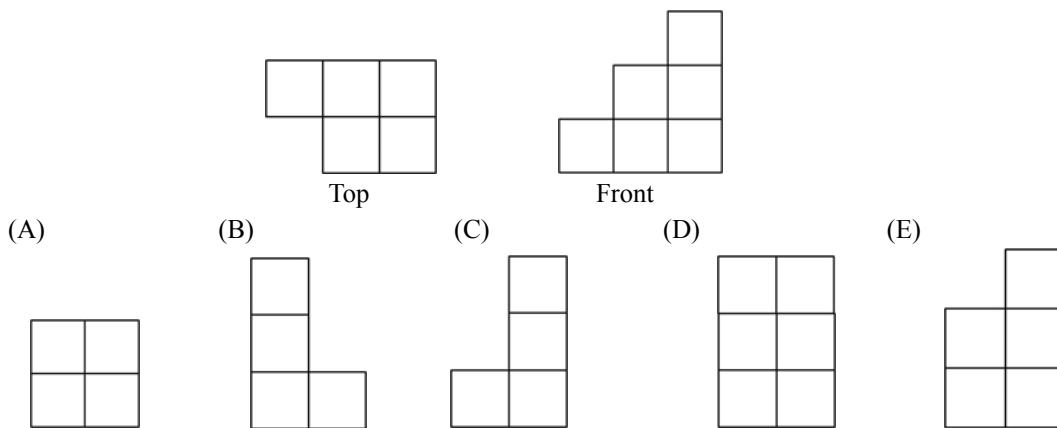


13. The figures below show how a figure looks when seen from three different points of views. What is the total number of blocks needed?

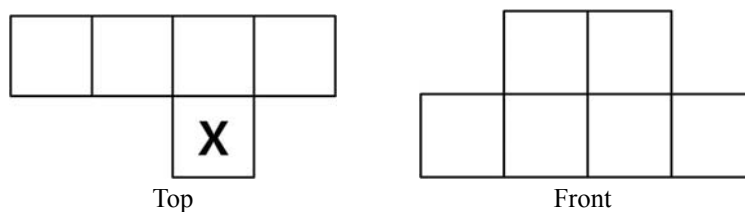


- (A) 5 (B) 10 (C) 13 (D) 7 (E) 9

14. The figures below show how a figure looks when seen from top and front. Among the choice given, which one is NOT possible to be a side view of the figure?

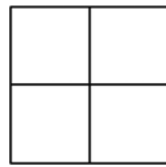


15. The figures below show how a 3-dimensional figure looks when seen from top and front. What is possible height for the column marked by X in the top-view?

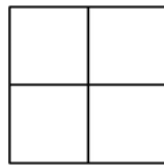


- (A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 3 (E) 4

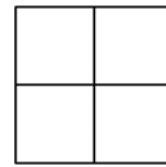
16. Three figures below represent the top, front, and side view of the three-dimensional figure. Then what is the minimum number of blocks that the figure need?



Top



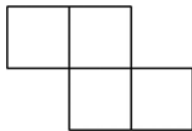
Front



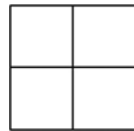
Side

- (A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 5 (E) 6

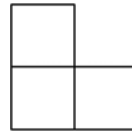
17. Which figure can be made using only the given four pieces?



(A)



(B)

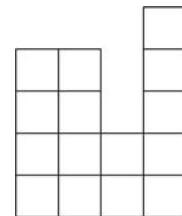
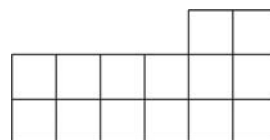
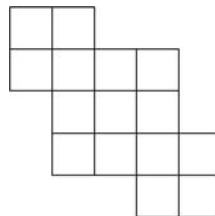
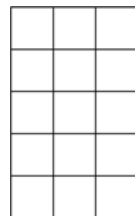
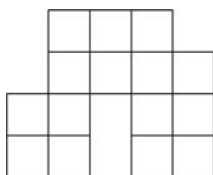


(C)

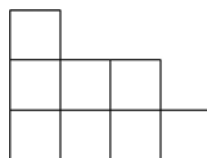


(D)

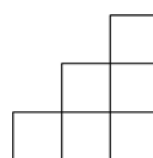
(E)



18. Given images are the front-view and side-view of a three-dimensional figure. Then, what would be the maximum number of blocks that a figure can be consisted of?



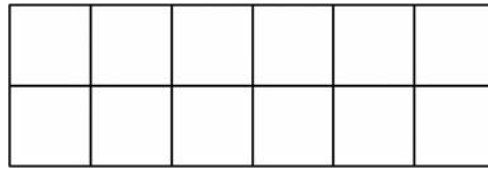
Front



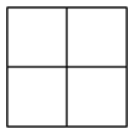
Side

- (A) 21 (B) 25 (C) 17 (D) 13 (E) 19

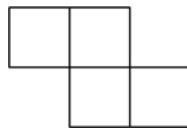
19. Mark tries to cover up the following figure by using only one kind of the shape (regardless of how many used). Which of the shape is not able to fully cover up the figure?



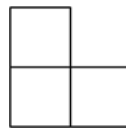
(A)



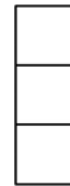
(B)



(C)



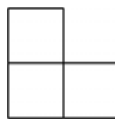
(D)



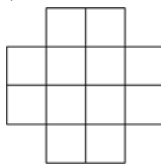
(E)



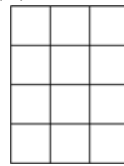
20. One figure is given below. Which of the shape CANNOT be made by only using the given figure (assuming that you have infinite number of the piece)?



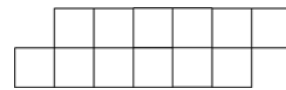
(A)



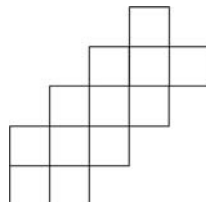
(B)



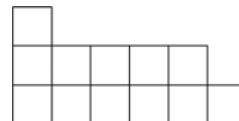
(C)



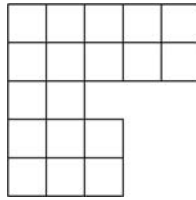
(D)



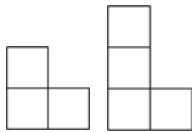
(E)



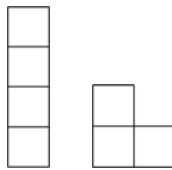
21. 5×5 grid was made using several pieces of figures. While Jen was carrying the pieces, she lost two of them, resulting in the figure below. Which of the pairs can be possible missing pieces?



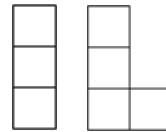
(A)



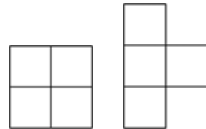
(B)



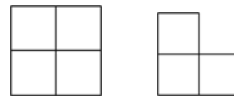
(C)



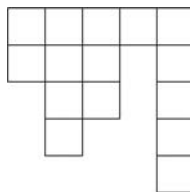
(D)



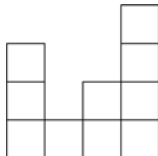
(E)



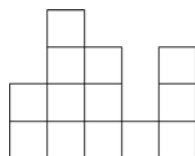
22. What piece can be combined with the given piece to make a whole square?



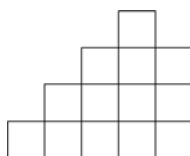
(A)



(B)



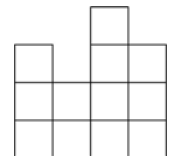
(C)



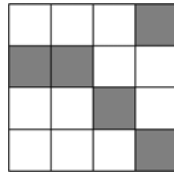
(D)



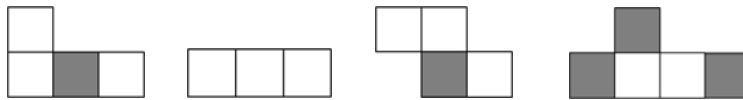
(E)



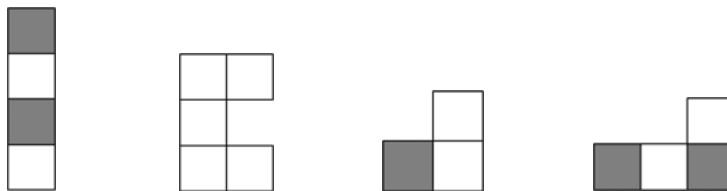
23. What group of pieces can be combined to make a figure shown below?



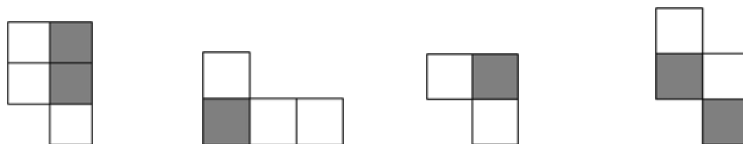
(A)



(B)



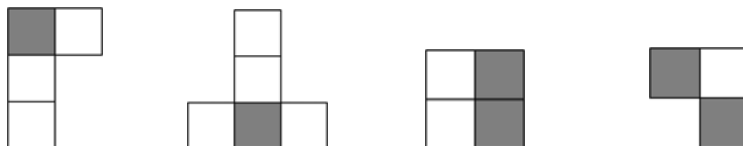
(C)



(D)



(E)



24. In the following chart shown below, the sum of the every the three consecutive cells is constant. What number would be in the shaded cell?



(A) 5

(B) 3

(C) 8

(D) 2

(E) 15

25. In the 3×3 grid shown below, the sum of the numbers in each row or column is constant. If 1, 3, 5, 7, ..., 15, 17 are the numbers that can go in the grid, which number would be at the center?

- (A) 3 (B) 11 (C) 17 (D) 9 (E) 5

26. In the 4×4 grid, numbers are placed with certain rule. Some of the cells were erased and the numbers that were in them are not shown. What number would be in the shaded cell marked below?

1	3		7
2	5	10	17
4			36
6	15		70

- (A) 8 (B) 50 (C) 19 (D) 27 (E) 36

27. In the 3×3 grid, each row and column contains only one of each number 1, 2, and 3. Then, what number would be placed in the center?

	1	
2		
		3

- (B) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

28. One chart was filled with number. Then, through certain rule, the numbers in the chart were transformed into ones on the right. What would be the number in the center cell of the right chart? (Some numbers from both charts are erased.)

1		9
3	8	5
	4	16

5	17	
9		13
27	11	35

(B) 23

(B) 24

(C) 32

(D) 19

(E) 14

[답과 해설 영어 번역]

English Translations of Solutions

Chapter 1 Solutions to Problems

1. $4(3x + 7y) - 3(4x + 2y) = ?$
2. Calculate $(a + b + c) - (a + 2b + 3c)$ and $(a + 2b + 3c) - (a + 4b + 7c)$. Then it will be similar to problem 1.
3. $7(3x + 2y) + 8(4x + 9y) = ?$
4. $49 + t = 3(13 + t) - 2$. Find t .
5. There is 10 g of salt. 10g times 10 = 100g. So we should evaporate 100g.
6. $3x + 8 = 4x - 5$. Find x .
7. Set the number of boys A and girls B . $A + B = 1800, 1.08A + 1.05B = 1814$
8. $4A + 3B = 67, A + B = 20$. Similar to problem 1.
9. Set t as the work they should do. Then Sangjun's speed is $(1/10)t$, Dayeon's speed is $(1/15)t$.
10. Set the production cost as P . Then $(1.4P - 100) = P + 200$
11. $2(3x - 1) + 2x + 3 = ?$
12. $3(6x + 2y) + 2(6x + 3y - x - 2y) = ?$
13. $X - 1000 = \frac{1}{2}x$
14. $2x + 1 + 2(x - 5) = ?$ You can easily find a, b if you find the original function.
15. $-3x - 11 - 2(-2x - 7) = B$. $-3x - 11 = A$.
16. $20 - (0.4)(15) = 20 - 6 = 14$
17. $A = -3x + a, B = bx - 4$. So $a - 4 = 6, 3 + b = 5$
18. $\frac{1}{3}(102 - 48) = ?$
19. $4x + 2y = 46, x + y = 15$.

20. $15 + x = 5x + 3,$

$$5x - x = 15 - 3$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

21. Similar to problem 5.

Chapter 2 Solutions to Problems

1. Since Julie earns \$10 per day and worked for 3 days, she gets $10 \times 3 = \$30$. With \$5 for tip, her total earning is \$35.

Answer: (D)

2. 7 tangerines cost $1.3 \times 7 = \$9.1$. The minimum number of \$1 bills that need to be paid is $\left\lceil \frac{9.1}{1} \right\rceil + 1 = 10$.

Answer: (B)

3. Let the amount of initial fuel given be x L. Since 1L of fuel is used for driving for 1km, after driving for 10km, there is $(x-10)$ L of fuel left. After refilling 25L of fuel and driving for 53km, the remaining fuel is $(x-10) + 25 - 53 = x - 38 = 0$ L. Thus, the initial fuel is 38L.

Answer: (C)

4. $(2 \blacksquare 7) \blacksquare 1 = (2 \times 7 - 2 + 7) \blacksquare 1 = 19 \blacksquare 1 = 19 - 19 + 1 = 1$

Answer: (B)

5. With Amy and Brian working simultaneously, the efficiency is $50 + 75 = 125$ posters per hour. Thus, it takes $\frac{500}{125} = 4$ hours to make 500.

Answer: (B)

6.

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100 \times 101}{5 \times 6 \times 7 \times \dots \times 100 \times 101 \times 102} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{102} = \frac{4}{17}$$

Answer: (B)

7.

$$x = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$$

Thus,

$$[x] = \left[\frac{7}{3} \right] = 2$$

Answer: (C)

8. Inha and his brother received a total of $10 + 16 = \$26$. Since both has the same amount of money afterwards, he has $\frac{26}{2} = \$13$

Answer: (C)

9. Let x be the initial number of apples. By tomorrow, there will be $\frac{x}{2} - 3 - 11 = \frac{x}{3}$ apples. $\frac{x}{6} = 14$, and thus $x = 6 \times 14 = 84$.

Answer: (E)

10.

$$\frac{1 \times 2}{100 \times 99} \times \frac{3 \times 4}{98 \times 97} \times \frac{5 \times 6}{96 \times 95} \times \dots \times \frac{97 \times 98}{4 \times 3} \times \frac{99 \times 100}{2 \times 1} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100} = 1 = k$$

Thus, $k^2 = 1^2 = 1$

Answer: (A)

11. $Max(A) = 80, Max(B) = 40, Max(D) = 70, Max(E) = 70$

$$\text{So, } \frac{Max(A) \times Max(E)}{Max(B) \times Max(D)} = \frac{80 \times 70}{40 \times 70} = 2$$

Answer: (B)

12. Let the real number be x . By given condition, $x \leq \frac{1}{x}$. Since x is positive, multiply x to the bothsides of the inequality. $x^2 \leq 1$, and $0 < x \leq 1$. The maximum of x is 1.

Answer: (B)

13. Let the price of Peanut Butter Jam last year be x . This year, with 40% of increase, the price is

$$x \times \left(1 + \frac{4}{10}\right) = x \times \frac{14}{10} = \frac{7}{5}x$$

Since Tony got each jam for half the price, which is

$$\frac{7}{5}x \div 2 = \frac{7}{10}x,$$

he got each for cheaper price than last year by

$$\left(1 - \frac{7}{10}\right) \times 100 = 30\%$$

Answer: (E)

14. Let the numbers of coins be x . 500won coins, 100won coins, and 50won coins are each worth

$$\frac{20}{100}x \times 500 = 100x \text{ won}$$

$$\frac{20}{70}x \times 100 = 70x \text{ won}$$

$$\frac{10}{100}x \times 50 = 5x \text{ won}$$

Thus, the sum is

$$100x + 70x + 5x = 175x \text{ won}$$

Among this, 100 won coins take part of

$$\frac{70}{175} \times 100 = 40\%$$

Answer: (A)

15. From July 7th to 15th, there are 5 odd date day and 4 even date day. Thus, Dora will read

$$5 \times \frac{3}{4} + 4 \times \frac{1}{3} = \frac{15}{4} + \frac{4}{3} = \frac{61}{12} \text{ books.}$$

Then, mother will give her $\left[\frac{61}{12}\right] = 5$ candies.

Answer: (E)

16. Since $4 = 2^2$,

$$\text{given term} = \frac{2^5}{4^1} \times \frac{2^6}{4^2} \times \dots \times \frac{2^{10}}{4^6} = \frac{2^5}{2^2} \times \frac{2^6}{2^4} \times \dots \times \frac{2^{10}}{2^{12}} = \frac{2^{5+6+\dots+10}}{2^{2+4+\dots+12}} = \frac{2^{45}}{2^{42}} = 2^3 = 4^{\frac{3}{2}}$$

Thus, $m = \frac{3}{2}$

Answer: (B)

17. At the first day, Wang memorizes 24, 23 the next day, 22 the day after tomorrow, and on the x^{th} day, he memorizes

$$24 - (x - 1) = (25 - x) \text{ vocabularies.}$$

To memorize 300 words by x^{th} day,

$$24 + 23 + 22 + \dots + (25 - x) = \frac{(40 - x)x}{2} \geq 300$$

$$(49 - x)x \geq 300 \times 2 = 600$$

$$x^2 - 49x + 600 = (x - 24)(x - 25)$$

Thus, $24 \leq x \leq 25$. On the 24^{th} day, he memorizes all the 300 words, and on the 25^{th} day, he memorizes nothing. So, he memorizes 300 words by 24 days

Answer: (C)

18. Let the number of visitors be x . Among them, $\frac{1}{5}x$ visit through search. Among them,

$\frac{1}{5}x \times \frac{45}{100} = \frac{9}{100}x$ visit by searching 'Economics'. Among 2000 of visitors, $2000 \times \frac{9}{100} = 180$ of them visited via searching 'Economics'.

Answer: (B)

19. Let the size of the data be x kB. After deleting some, the size becomes $x - (35 \times 10 + 50 \times 8) = (x - 750)$ KB. Given by the problem that it is 160kB, $x - 750 = 160$, and $x = 910$.

Answer: (B)

20. Let the total number of base pair be x . The number of hydrogen bonds made by G and C is $\frac{2}{5}x \times 3 = \frac{6}{5}x$, and the number of hydrogen bonds made by A and T is $\frac{3}{5}x \times 2 = \frac{6}{5}x$. Among all the hydrogen bonds, the percentage of those made by G and C is

$$\frac{\frac{6}{5}x}{\frac{6}{5}x + \frac{6}{5}x} = \frac{1}{2}$$

Answer: (C)

21. $a \phi b = \frac{a-b}{ab} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$. Thus,

$$\left(\frac{1}{764} \phi \frac{1}{765}\right) \phi \left(\frac{2}{579} \phi \frac{2}{583}\right) = (765 - 764) \phi \left(\frac{583}{2} - \frac{579}{2}\right) = 1 \phi 2 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

Answer: (A)

22.

$$\left\lceil \frac{100}{16} \right\rceil = \left\lceil \frac{25}{4} \right\rceil = 6$$

Answer: (C)

23. For a and b , different non-zero real numbers,

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Using above formula,

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

Answer: (E)

24. For A , it takes $\frac{500}{20} = 25$ days, while it takes $\frac{500}{25} = 20$ days for B . So, A can use 5 days longer than B .

Answer: (D)

25. The number of cases for 22 people to shake each other's hands is

$${}_{22}C_2 = \frac{22 \times 21}{2} = 231$$

Let the number of couples be x . The married are $2x$, and the number of cases for them to shake each other's hands is

$${}_{2x}C_2 = \frac{2x(2x-1)}{2}$$

The ratio is

$$\frac{\frac{2x(2x-1)}{2}}{231} = \frac{x(2x-1)}{231} = \frac{2}{7}$$

$$2x^2 - x - 66 = 0$$

$$x = 6$$

Thus, the number of married people is

$$2x = 12$$

Answer: (B)

26. Without any overflow, Alex can fill the tank with 6 buckets of water. This means that if he pours 7 bucket, there will be overflow.

$$6x \leq 72 < 7x$$

$$\frac{72}{7} < x \leq 12$$

The maximum and minimum number of x is 12 and 11, respectively. The sum is 23.

Answer: (E)

27. Grace translates 2.5 years of problems or 2 years of solutions per year. Julia translates 2 times faster than him. Working together they can translate 7.5 years of problems or 6 years of solutions. Since there are 15 years

of problems and solutions to be translated, it takes $\frac{15}{7.5} = 2$ hours to translate all the problems and $\frac{15}{6} = 2.5$

hours to translate solutions. Thus, it takes total 4.5 hours.

Answer: (C)

28. James first runs x km and Bolt runs the rest, $(15-x)$ km. Running time is $\frac{x}{4}$ hours for James and

$\frac{15-x}{3.5} = \frac{30-2x}{7}$ hours for Bolt. By given condition that they run for the same period of time,

$$\frac{x}{4} = \frac{30-2x}{7}$$

$$7x = 120 - 8x$$

$$x = \frac{120}{15} = 8$$

James runs 8 km for speed of 4 km per hour, which means she runs 2 hours. Thus, she drinks 2 cups of water.

Answer: (C)

29.

$$a \oslash b = \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{ab}{b-a} \times \frac{a+b}{ab} = \frac{a+b}{b-a}$$

$$(21 \oslash 35) \oslash 8 = \frac{21+35}{35-21} \oslash 8 = 4 \oslash 8 = \frac{4+8}{8-4} = 3$$

Answer: (D)

30. For Sandy, it takes 1 hour to mow the half. If Sandy and Maggy works together, their efficiency is

$4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$ per hour. So, it takes $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{13}{2}} = \frac{5}{13}$ hours for them to mow the rest. The total time to mow the whole

field is $1 + \frac{5}{13} = \frac{18}{13}$ hours.

Answer: (A)

Chapter 3 Solutions to Problems

1. Two to the eighth power equals to four to the fourth power. $2^8 = (2^2)^4 = 4^4$

Answer: (C)

2. This question is asking for the number of factors of 30. 30 has 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, and 30 as its factors. Because there is more than 1 child, there are 7 possible numbers of children possible.

Answer: (D)

3. If a prime factorization of a number contains other prime factors than 2 or 5, then that number cannot be made only using 2 and 5. If you prime factorize 24, you would be able to get $2 \times 2 \times 2 \times 3$, and this contains a prime factor of 3, which means that you can't make this number using only 2 and 5.

Answer: (C)

4. If August 7th is Wednesday, then July 31st, 24th, and 17th is Wednesday. Because 14th is 3 days prior to 17th, 14th would be Sunday.

Answer: (A)

5. $2013 = 3 \times 11 \times 61$. $3 + 11 + 61 = 75$

Answer: 75

6. The numbers which have 3 as a remainder when divided by either 6 or 10 are in a form of [$\text{'Common Multiple of 6 and 10'} + 3$]. The Least Common Multiple is 30, and $30 + 3 = 33$.

Answer: 33

7. The numbers which have the potential to make a remainder of 4 from dividing 60 is the factor of 56. Out of those numbers, ones which does not exceed 8 is 7, 4, 2, and 1. Because the remainder is 4, the divider should be bigger than 4. So, the total number of people who are with Young Jae including him is 7, and thereby the number of friends is 6.

Answer: 6 people

8. This question asks you of the Greatest Common Multiple of 18, 24, and 20.

$18 = 2 \times 3 \times 3$ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$, $20 = 2 \times 2 \times 5$.

The Greatest Common Multiple of them is 2.

Answer: 2 people

9. In other words, the question is telling us that people were able to divide the pieces equally whether it was 18 or 12. So, the most number of people possible to have been able to divide them equally is the Greatest Common Multiple of 18 and 12. So, the number of people is 6.

Answer: 6 people

10. We should count the factors of 52 which are bigger than 8. This would give us the possible number of cards one people can get to play a 'fun' game. Then dividing them from 52 would show us how many people can play by dividing the deck of cards by that number. This should exceed 3. So, doing the calculations, the factors of 52 which exceeds 8 is 13 and 26, in which each allows the number of 4 and 2 people in the game. So the number of people required to play a 'fun' game is 4.

Answer: 4 people

11. If you add 1 to the least common multiple of 2, 3, 4, 5, 6, 7, and 8, the number you get would always give you the remainder 1 when divided by any number from 2 to 8. So the answer is $840 + 1 = 841$.

Answer: 841

12. August – 2 days/ September – 30 days/ October – 31 days/ November – 19 days. $2 + 30 + 31 + 19 = 82$ days. Because he collected 5 cents per day for 82 days, he gathers total 410 cents, which is 4 dollars 10 cents.

Answer: 4 dollars 10 cents

13. $14,288,400 = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$. So, the sum of w, x, y, z is, $4 + 6 + 2 + 2 = 14$

Answer: 14

14. Each digit number is a one-digit number. So, if we divide 30 remembering this fact, we can get $30 = 6 \times 5 \times 1 = 5 \times 3 \times 2$.

Each case makes 6 3-digit numbers, and thereby the total number of 3-digit numbers that we can make is $6 + 6 = 12$

Answer: (C)

15. $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$. The number x satisfying the fact that it is the least possible number fulfilling the requirement that the multiplication of x and 180 is a square of a number is $x = 5$. The number y satisfying the fact that it is the least possible number fulfilling the requirement that the multiplication of x and y is a cube of a different number is $y = 25$. So, $x + y = 30$.

Answer: 30

16. The number which can come in the hundreds digit place is the numbers from 1 to 7 (If you put in 8, then the tens digit number is also 8. The addition of these two numbers already exceeds 15). All the possible answers are,

$11 \rightarrow 10$ types $22 \rightarrow 10$ types $33 \rightarrow 10$ types $44 \rightarrow 8$ types

$55 \rightarrow 6$ types $66 \rightarrow 4$ types $77 \rightarrow 2$ types

Total: $10 + 10 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 50$ types

Answer: 50 types

17. Let's define the tens digit number as $A+4$, and the ones digit number as A .

$$\{10 \times (A+4) + A\} - \{10 \times (A) + (A+4)\} = \{11A + 40\} - \{11A + 4\} = 40 - 4 = 36.$$

Answer: 36

18.

$$\begin{aligned} 18 &= 13 + 5 = 13 + 3 + 2 = 11 + 7 = 11 + 5 + 2 = 11 + 3 + 2 + 2 = 7 + 7 + 2 + 2 = 7 + 5 + 2 + 2 + 2 \\ &= 7 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 + 5 + 5 + 3 = 5 + 5 + 3 + 3 + 2 = 5 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \\ &= 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 = 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \end{aligned}$$

Answer: 15 types

19.	25 cent: 4 coins	10 cent: 3 coins	5 cent: 3 coins	1 cent: 5 coins
	25 cent: 3 coins	10 cent: 3 coins	5 cent: 9 coins	1 cent: 0 coins
	25 cent: 3 coins	10 cent: 7 coins	5 cent: 0 coins	1 cent: 5 coins
	25 cent: 2 coins	10 cent: 7 coins	5 cent: 6 coins	1 cent: 0 coins
	25 cent: 1 coins	10 cent: 11 coins	5 cent: 3 coins	1 cent: 0 coins
	25 cent: 0 coins	10 cent: 15 coins	5 cent: 0 coins	1 cent: 0 coins

Answer: 6 types

20. Let's find the total number of possibilities of " $A + B = \text{Square Number}$ ". If we say A as the hundreds digit number, A can't be 0. Making all possibilities,

$\text{Square Number} = 1, (A, B) = (1, 0) \rightarrow 1 \text{ possibility}$

$\text{Square Number} = 4, (A, B) = (4, 0), (3, 1), (2, 2) \rightarrow 1 + 2 + 1 = 4 \text{ possibilities}$

$\text{Square Number} = 9, (A, B) = (9, 0), (8, 1), (7, 2), (6, 3), (5, 4) \rightarrow 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 9 \text{ possibilities}$

$\text{Square Number} = 16, (A, B) = (9, 7), (8, 8) \rightarrow 2 + 1 = 3 \text{ possibilities}$

Every possibility can have 10 numbers for its tens digit number. So, if we multiply 10 for the total number of possibilities, then we get: $(1 + 4 + 9 + 3) \times 10 = 170$ types

Answer: 170 types

21. If children used the drawer odd number of times, then the drawer would be open, and if it was used even times, the drawer would be closed. Then, we can say that the drawer at a place of the number with odd number of factors, the drawer would be open. The numbers which have odd number of factors are square numbers. While all other numbers need a pair, square numbers uses one factor as itself, making the number of factors odd. So the open drawers are the drawers at a place of the square numbers. The cabinet that is open 2013th from the front is thereby, 2013^2 . Answer: 4052169

22. You do not get to solve these huge numbers that we cannot count without any rules of repetition. If we do some simple calculations for the first few numbers, then we can see that the last two digits are repeating as $07 \rightarrow 49 \rightarrow 43 \rightarrow 01 / \rightarrow 07 \rightarrow 49 \rightarrow 43 \rightarrow 01 / \dots$. So, the last two digits of 107^{2013} is 2013^{th} of the repetition, which is 43. So the answer is $4 + 3 = 7$.

Answer: 7

23.

	X		X	
X				X
		K		
X				X
	X		X	

In one move, the knight, represented by K, can move to the places with X on it. Due to its move of going front and diagonally, the knight gets to move from the space that is colored to non-colored and vice versa.

Using this algorithm, we can color the spaces as shown in the right. Because the knight starts at a place that is colored, after three moves, it arrives at a place with no color. So, the knight cannot reach 1 after 3 moves.

Answer: 1

K			5	
	2			1
				4
	3			

24. Because the number of children does not change, let's just define it as b . Also, let's just define the number of long chairs as a because it does not change. Then we can make two equations.

$$6 \times a + 2 = b, \quad 8 \times (a - 2) + 4 = b$$

Combining these two equations,

$$6a + 2 = 8a - 16 + 4$$

Then,

$$2a = 14, a = 7$$

$$b = 6 \times 7 + 2 = 44$$

$$a + b = 7 + 44 = 51$$

Answer: (D)

25. If it was Monday at the first day of the year, then the first day of the next year would be Tuesday normally. If it goes over lunar year, it becomes Wednesday. Using this fact,

2013 – Sat. 2014 – Sun. 2015 – Mon. 2016 – Tues. 2017 – Thurs. (2016 is lunar)

2018 – Fri. 2019 – Sat.

Answer: Year 2019

26. 1100 is $365 + 365 + 365 + 5$. So we can predict that it would probably be 3 years before. Being specific, the year 2012 is a leap year. So we should consider 1100 as $365 + 366 + 365 + 4$ to be precise. Going back 3 years, April 10th then is Wednesday. 4 days before is Saturday.

Answer: Saturday

27. First, it takes you 10 hours to solve 10 questions. You get 5 more questions during that period. After 5 more hours solving 5 questions, you currently have 2 questions left, but you would get one more after only an hour. After an hour solving one question, you still have 2 questions left. After 2 hours solving 2 questions, you would have one question left to solve. After solving the last question, now you are free of questions. The time it took for you to do all the task is, $10 + 5 + 1 + 2 + 1 = 19$ hours.

Answer: (D)

28. The specialty of the numbers which have 11 as its factor is that when you subtract the sum of the numbers at the odd digit place to the sum of the numbers at the even digits place and get the absolute number of it, you get either 0 or 11's multiple. Because the sum of the numbers from 1 to 7 is 28, we shall make each odd and even digit place number's sum as (14,14) or (25,3). (25,3) is impossible. If we divide as evenly as possible, you can divide the numbers into [1,3,4,6] and [2,5,7]. The number we want is, therefore, 1,235,476

Answer: 1,235,476

29. Because there are 196 juniors in 7 classes, a classroom has 28 students. Due to the fact that the ratio of the teachers to the students is 1 to 14, there are two teachers in one classroom. So the total amount of teachers in San Sung Academy is 14.

Answer: 14

Chapter 4 Solutions to Problems

1. There are four possible outcomes: (Heads, Heads), (Heads, Tail), (Tail, Heads), (Tail, Tail). Among these four, two of them (when both coins land on tails and when both coins land on heads) are cases in which the coins land on the same side. Thus, the probability is $\frac{\text{Number of Specific cases}}{\text{Total number of outcome}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Answer: (C)

2. When the dice is tossed, there are six possible outcomes: 1, 3, 3, 4, 6, and 8. Out of these six, three of them (4, 6, and 8) are cases in which the number on the top face of the dice is an even number. Thus, the probability is $\frac{\text{Number of specific cases}}{\text{Total number of outcome}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Answer: (E)

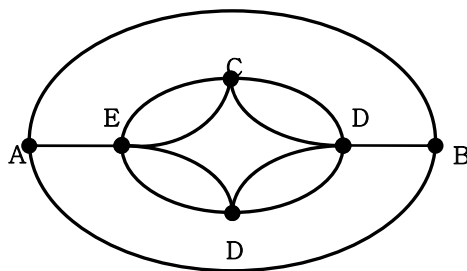
3. When the coin is thrown, if we denote the probability of it landing on heads as p , then the probability of it landing on tails is $2p$. Since the sum of the two probabilities needs to be 1, $p + 2p = 1$. Thus, $p = \frac{1}{3}$.

Answer: (B)

4. In each row, there are five dots. Thus, the number of possible selections is $5 \times 5 \times 5 = 125$.

Answer: (E)

5. To begin with, there is one road between A and B at the top, and another road between A and B at the bottom. If the person takes the middle road and goes first to E , there are two roads to C and two other roads to D . Both the number of roads between C and F and the number of roads between D and F are 2. From F to B , there is one straight road. Thus, if the person goes first to E from A , there are (the number of ways to go to B through C) + (the number of ways to go to B through D) $= 2 \times 2 + 2 \times 2 = 8$ ways to go to B . Thus, the total number of ways to go from A to B is $1 + 8 + 1 = 10$.



Answer: (D)

6. The probability of Charlie and Davy both not doing their homework is (the probability that Charlie won't do his homework) \times (the probability that Davy won't do his homework) $= \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$.

Answer: (A)

7. The probability of getting an even number when throwing a dice is $\frac{1}{2}$. Since the probability of all the dice showing an even number is $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2}$ (where n number of $\frac{1}{2}$'s are being multiplied) $= \frac{1}{8}$.

Thus, the value of n is 3.

Answer: (D)

8. The three selected dots should not be on the same line in order to form a triangle. Thus, the two vertices that are not Point O need to be from different lines – one from \overline{ABC} and one from \overline{DEFG} . From \overline{ABC} , there are three dots that can be selected – A, B , and C . From \overline{DEFG} , there are four dots that can be selected – D, E, F , and G . Thus, the total number of possible triangles is $3 \times 4 = 12$.

Answer: (D)

9. First, count the number of different sums of money Terry can pay without using the quarter. With nine pennies, he can pay any value of money between 0 cents and 9 cents, inclusive. In addition, with two nickels, he can pay any value of money between 0 cents and 19 cents, inclusive. By adding in a quarter for each of these 20 values of money, Terry can also pay any value of money between 25 cents and 44 cents, inclusive. Since we are not counting the case in which Terry pays 0 cents, the total number of values of money is $20 + 20 - 1 = 39$.

Answer: (E)

10. The probability of getting an odd number when the six-sided dice is tossed is $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, and the probability of getting an odd number when the dodecahedral dice is tossed is $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. Thus, the probability of obtaining an

odd number from both dice is $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

Answer: (B)

11. The probability of getting the yellow, the red, the orange, and the blue part is $2p, 3p, 4p$, and $5p$, respectively. Since the probability of getting a red part, an orange part, a yellow part, a green part, or a blue part is 1, $p + 2p + 3p + 4p + 5p = 15p = 1$. Thus, $p = \frac{1}{15}$, which means that $\frac{1}{5} > p > 0$.

Answer: (E)

12. Johann can pay 0 to 5 nickels, 0 to 2 dimes, and 0 to n quarters. Thus, $6 \times 3 \times (n + 1) = 126$. Solving for n , we get the value of 6.

Answer: (C)

13. First of all, there is one way Wilder can climb one step. There are two ways he can climb two steps – either with two separate small steps or at once. We can consider the number of ways in which Wilder climbs three steps by dividing the case into two – when he climbs one step in his first stride, and when he first climbs two steps at once. In the former case, there are two ways to climb the rest of the two steps, as we have noticed above. In the latter, there is one way to climb the rest of the one step. Thus, the number of ways to climb a staircase of three steps is 3. Similarly, there are five ways to climb a staircase of four steps, and eight ways to climb a staircase of five steps.

*The number of ways Wilder can climb a staircase can be denoted as a Fibonacci sequence.

Answer: (D)

14. Consider each of the cases in which three out of the four sides of the rectangle are selected. In the case where three sides except \overline{ABCD} are chosen, the number of ways to choose a vertex from each of the three

sides is $2 \times 2 \times 3 = 12$. Similarly, in the case where three sides except \overline{EFG} is chosen, there are $4 \times 2 \times 2 = 16$ possible selections. In the case where three sides except \overline{HI} is chosen, there are $4 \times 3 \times 2 = 24$ possible selections. Last but not least, in the case where three sides except \overline{JK} is chosen, there are $4 \times 3 \times 2 = 24$ possible selections. Thus, the total number of possible triangles is $12 + 16 + 24 + 24 = 76$.

Answer: (C)

15. With the coin, Larry and his friends can decide the two ways a piece travels, and with the dice, they can decide whether the piece moves one step, two steps, three steps, four steps, five steps, or six steps. Thus, the number of ways a piece can move is $2 \times 6 = 12$.

Answer: (E)

16. The two regular coins each have the same probability of landing on heads and the same probability of landing on tails – both are $\frac{1}{2}$. In the case of the third coin, when we denote the probability of it landing on heads as p , the probability of landing on tail is $1.5p$. Since the sum of the two probability should be 1, $p = \frac{2}{5}$. First, the probability of the case in which one of the regular coins landing on heads is (the probability of one regular coin landing on heads) \times (the probability of the other regular coin landing on tails) \times (the probability of the third coin landing on tails) \times (two such cases, since there are two regular coins) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 2 = \frac{1}{5}$. The probability of the case in which third coin landing on heads is (the probability of one regular coin landing on tails) \times (the probability of the other regular coin landing on tails) \times (the probability of the third coin landing on heads) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$. Thus, the probability is $\frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$.

Answer: (D)

17. The probability that four people out of the six picks the first candidate is (number of possible ways of selecting four out of six members) \times (the probability of voting for the first candidate) \times (the probability of voting for the second candidate) $= 15 \times p^4 \times (1-p)^2 = \frac{20}{243}$. The value of p that satisfies this equation is $\frac{1}{3}$.

Answer: (A)

18. There are three ways to move both from A to B and from B to C . Since there are five ways to go from C to D , the number of ways to go from A to D through B and C is $3 \times 3 \times 5 = 45$. Also, there is one way to go directly to D from A . Thus, the total number of ways is $45 + 1 = 46$.

Answer: (D)

19. First, let's consider the values of money Edward can pay with his pennies and nickels.

Pennies ∴ Nickels	0	1	2	3
0	0 cents	5 cents	10 cents	15 cents
1	1 cents	6 cents	11 cents	16 cents
2	2 cents	7 cents	12 cents	17 cents
3	3 cents	8 cents	13 cents	18 cents

By using a dime in place of a nickel, or just by adding a dime, the values 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, and 28 cents can also be paid. In addition, by adding one or two quarters, there are $24 \times 3 = 72$ possible payments. However, some of the values – 25, 26, 27, 28, 50, 51, 52, and 53 – overlap. Also, we should subtract the case of 0 cents. Thus, the total number of payments is $72 - 8 - 1 = 63$.

Answer: (B)

20. If Tony's first stride took him one step up, there are $n-1$ more steps for him to climb. Also, if his first stride took him two steps up, there are $n-2$ more steps for him to climb. Thus, if we denote the number of ways Tony can climb n steps as a_n , then $a_n = a_{n+1} + a_{n+2}$. This is a Fibonacci sequence. Since $a_1 = 1$ and $a_2 = 2$, $a_3 = 3$, $a_4 = 5$, $a_5 = 8$, $a_6 = 13$, and $a_7 = 21$. Thus, the value of n is 7.

Answer: (E)

Chapter 5 Solutions to Problems

1. The average can be calculated as $\frac{14+16+13+15+16+14+17}{7}$

Answer: (C)

2. The average is $\frac{5+6+10+4+3+8}{6} = 6$.

Answer: (C)

3. Since time = $\frac{\text{distance}}{\text{speed}}$, the time it takes for David to reach school is $\frac{1}{10}$ hours, or $\frac{1}{10} \times 60 = 6$ minutes.

Answer: (A)

4. The total price of Michael's 40 cards is $40 \times \$2 = \80 , and the total price of Abigail's 30 cards is $30 \times \$3 = \90 . Thus, the total price of their 70 cards is $\$80 + \$90 = \$170$. Therefore, the average price of these 70 cards is $\frac{\$170}{70} = \$2.42857\dots$. The number closest to this value is 2.5.

Answer: (C)

5. The average can be calculated as the quotient of (the sum of the class mark of each interval times the number of students in each interval) divided by (the total number of students). Thus, the average is $\frac{65 \times 1 + 75 \times 2 + 85 \times 4 + 95 \times 13}{1 + 2 + 4 + 13} = 89.5$. Rounding the value to the nearest whole number, we get 90.

Answer: (C)

6. Among the ten scores, 93 is the mode since it appears the most often. Because there is an even number of data, the median is the average of the middle two numbers, or 94. The average is $\frac{93 + 93 + 93 + 93 + 93 + 95 + 96 + 98 + 99 + 100}{10} = 95.3$. Thus, Mode < Median < Average.

Answer: (B)

7. The total distance James traveled is $1 \times 4 + 2 \times 5 + 1 \times 0 + 1 \times 3 = 17$ km. Thus, his average speed is $\frac{17}{5} = 3.4$ km/h.

Answer: (B)

8. Let's make a chart of the given data.

Score	Number of students
80 or higher but below 85	3
85 or higher but below 90	10
90 or higher but below 95	12
95 or higher but below 100	7

Thus, the average can be calculated as $\frac{82.5 \times 3 + 87.5 \times 10 + 92.5 \times 12 + 97.5 \times 7}{32} = \frac{2915}{32} = 91.09375$.

The number closest to this value is 90.

Answer: (B)

9. In a time-speed graph, the distance traveled is the area under the graph. Thus, the distance traveled during the first four seconds is $\frac{1}{2} \times 3 \times 10 + 1 \times 10 = 15 + 10 = 25$ m. Thus, the average speed is $\frac{\text{distance traveled}}{\text{time}}$

$$= \frac{25}{4} = 6.25 \text{ m/s.}$$

Answer: (C)

10. When the numbers in odd-numbered columns and the numbers in even-numbered columns are all added, the sum equals the aggregate value of all the numbers in the array, which can be calculated as $15A + 15B$. Similarly, the numbers in odd-numbered rows and the numbers in even-numbered columns will add up to the same aggregate value of all the numbers in the array, which, in this case, can be calculated as $25C + 25D$. Thus, $15A + 15B = 25C + 25D$.

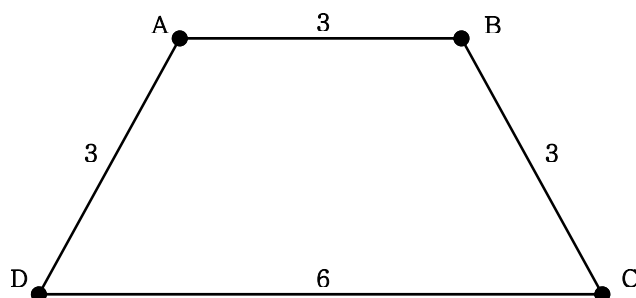
Answer: (C)

11. Since the average went up by 0.5 after Jenny's purchase, the total sum of the numbers written on the balls increased by $0.5 \times 10 = 5$. Thus, the number on the lost ball would be $10 - 5 = 5$.

Answer: (C)

Chapter 6 Solutions to Problems

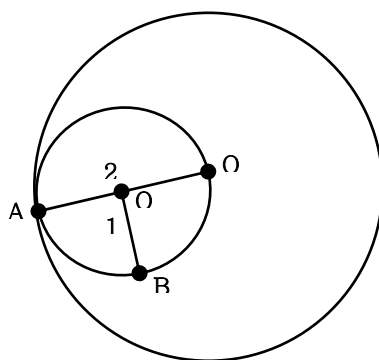
1.



The area of a trapezoid equals height times the sum of the top and the bottom side divided by 2. Since the height is $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, the answer is D.

Answer: (D)

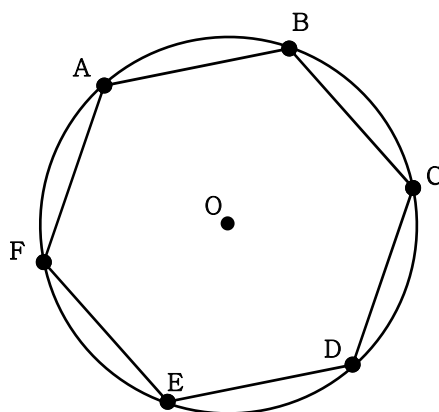
2.



The answer is C, because the area is directly proportional to the radius squared.

Answer: (C)

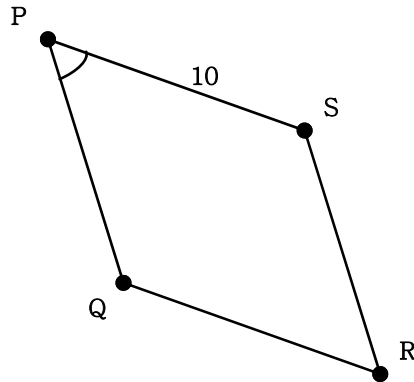
3.



$\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \dots = \overline{FA}$. So, the perimeter of the circle is 2π when $\overline{OA} = 1$. Therefore, the answer is C.

Answer: (C)

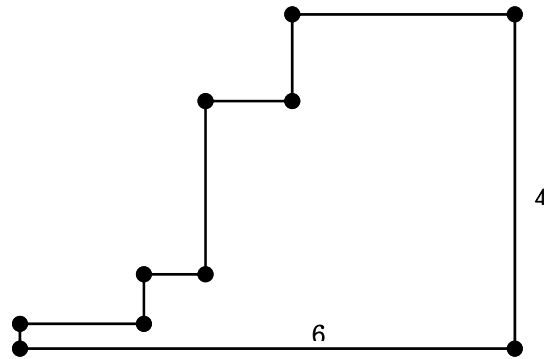
4.



The area of a rhombus is $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ when a is the length of each side. The answer is C.

Answer: (C)

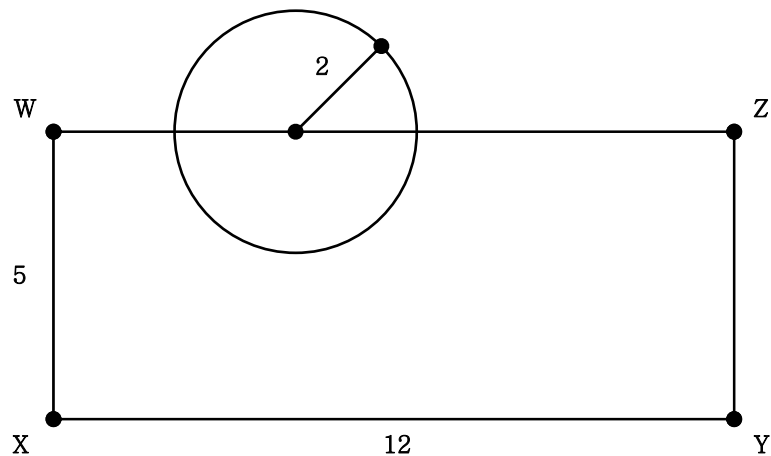
5.



No matter how crooked and weird the sides are, the side lengths are 6 and 4. Therefore, the answer is $6 + 4 + 6 + 4 = 20$. The answer is B.

Answer: (B)

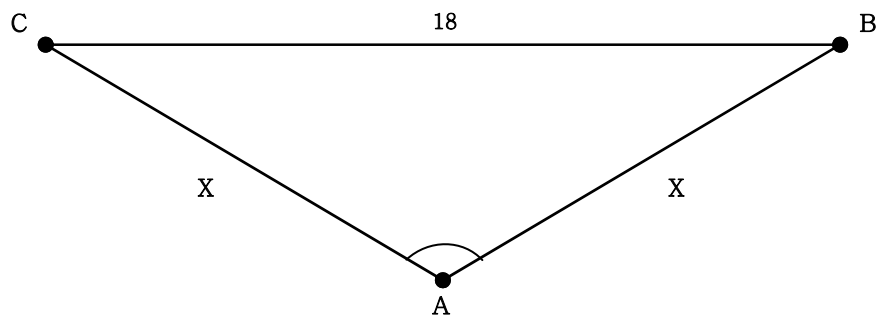
6.



When a circle follows the sides, each end point takes one fourth of a circle's area, and since the line segments each form a rectangle, the answer is $4\pi + 120$ which equals to D.

Answer: (D)

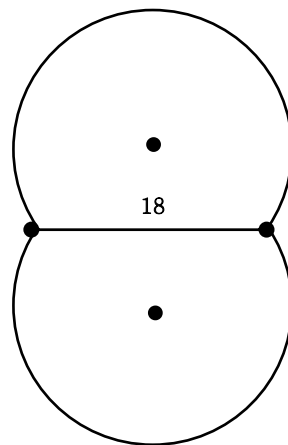
7.



The line segments' ratio of a 120 degree-isosceles is $1:1:\sqrt{3}$. Therefore, the answer is A.

Answer: (A)

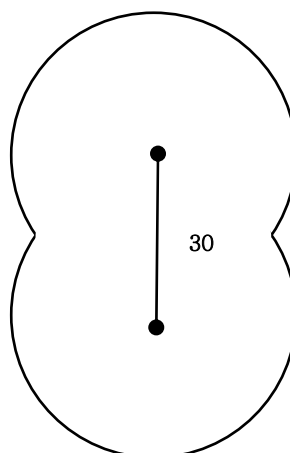
8.



The total perimeter of the figure equals $4/3$ of that of a circle, making the answer B.

Answer: (B)

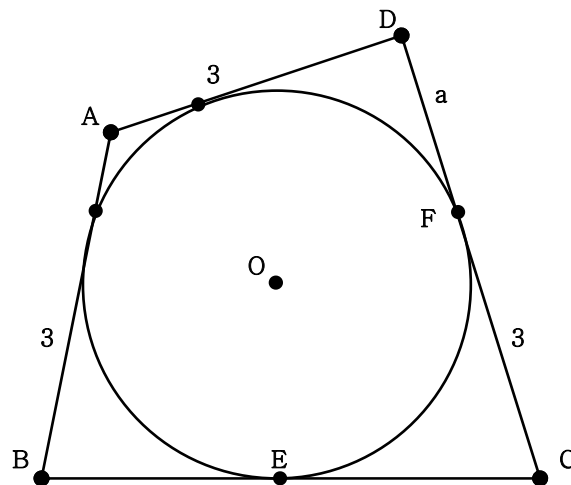
9.



The answer is driven in similar ways of problem 8.

Answer: (B)

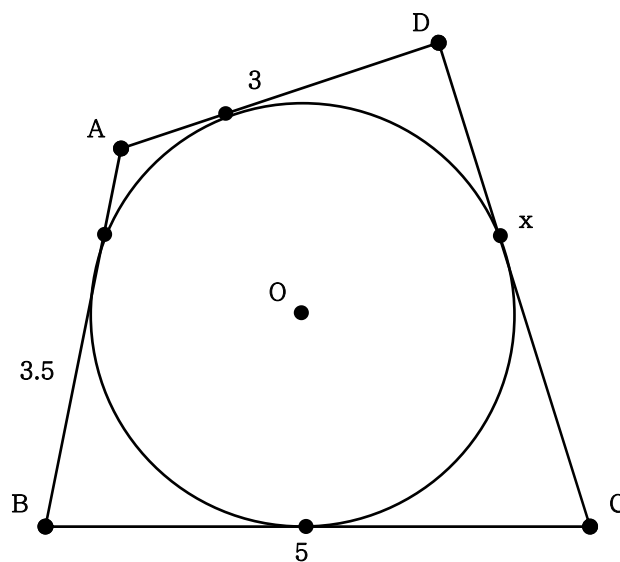
10.



$a = 2.5, b = 3$. The answer is C.

Answer: (C)

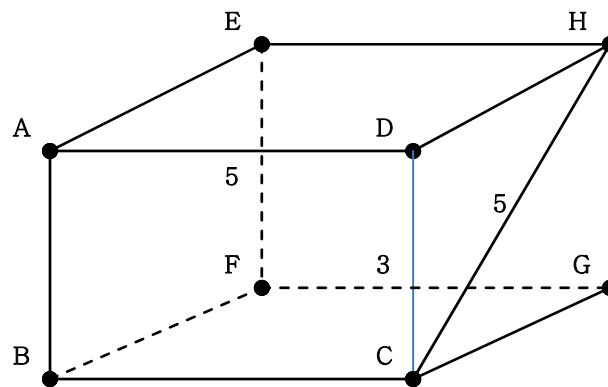
11.



In order for a circle to exist inside a quadrilateral, the sum of each corresponding lines must equal to each other. Therefore, the answer is E.

Answer: (E)

15.



The side of the figure is a Pythagorean triangle. The length of the side is 3. Therefore, the answer is A.
Answer: (A)

Chapter 7 Solutions to Problems

1. How many subset of $\{a, b, c, d, e\}$ include a and b ?
2. Prove that if the number of element of Set A is n , the number of the subset of the Set A is 2^n .
3. $A = \{x \mid x \text{ is multiple of } 2\}$, $B = \{x \mid x \text{ is multiple of } 7\}$, $C = \{x \mid x \text{ is natural number which is relatively prime with } 28\}$. Express C in terms of A and B
4. Prove $A = B$ when $A = \{3m - 1 \mid m \in \mathbb{Z}\}$ and $B = \{3n + 2 \mid n \in \mathbb{Z}\}$. ($a \in \mathbb{Z}$ indicate that a is an integer.)
5. There are 30 prisoners in Toulon. 20 of them stole things and 15 of them killed people. Let the number of people who Killed people and stole things A. What is the maximum value of A?
6. There are 40 students in Sangwon's class. 32 students in Sangwon's class can play the piano. 22 students can play violin 13 can play cello. There are 9 people who can play 2 instruments. How many students can play three?

Chapter 8 Solutions to Problems

1. The first thing to note is that four-digit number was made by the addition of two three-digit numbers.

Therefore the only possible value for B would be 1. $B = 1$.

Next, let's look at the addition of last two digits. $7 + D$ and $D + A$ both add up to 2. For $7 + D$ to be 2, $7 + D$ has to add up to 12 (when $D + A$ is less than 10) or 11 (when $D + A$ is over 10). If $D + A$ is 2, D has to be 5. However, when $D = 5$, $D + A$ cannot add up to 2. We have a contradiction. Therefore, $D + A = 12$ and $7 + D = 11$.

Then, $D = 11 - 7 = 4$, $A = 12 - D = 12 - 4 = 8$

If we use the numbers above to guess the last of the calculation, the addition of third-digit numbers $A + B$ would be $8 + 1 + 1 = 10$ (1 from the calculation of $7 + D$). So we are able to get $C = 0$.

Therefore, $A + B + C + D = 8 + 1 + 0 + 4 = 13$

Answer: (D)

2. Let's look at the calculation of the last digits; we can learn that the last digit of $7 \times B$ is 1. The only possible number that ends with 1 and is a multiple of 7 and the other one-digit number is 21. Therefore, $B = 21 \div 7 = 3$.

Because $A7 \times 3 = 81$, $A7 = 81 \div 3 = 27$. Therefore, $A = 2$.

Problem is asking us for the difference of A and B , so the answer is $B - A = 3 - 2 = 1$.

Answer: (A)

3. The first thing that we can learn is that five-digit number was created by adding three-digit number and four-digit number. From this, we are able to identify $Y = 1$, $I = 0$, and $W = 9$.

$$\begin{array}{r} 9 \text{ H } 1 \\ + 9 \text{ H E N} \\ \hline 10 \text{ H } 0 \text{ E} \end{array}$$

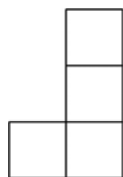
Next, let's look at the calculation of second digits. Because the last digit of the addition $9 + H$ is H , we are able to know that $H + E$ was over 10.

Now let's look at the last digits, $1 + N$. $W = 9$ already; therefore, N can have maximum value of 8. Then $1 + N$ will not be able to result in number greater than 10, and so $H + E$ must also be 10. In such condition, the possible pairs for (H, E) are $(2, 8), (3, 7), (4, 6), (6, 4), (7, 3), (8, 2)$

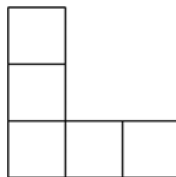
Therefore, among the given choices $E = 5$ would not be possible.

Answer: (D)

- 4.



Front



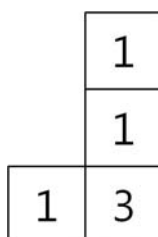
Side

To represent the shape of the 3dimensional object, let's write the height of each column on each block shown on the top-view.

Below shapes are possible top-views of the object.



Two shapes are possible when we are to use the minimum number of the blocks. Since we get the same number of blocks in both cases, let's use the first shape as the top-view.



When viewed at the front, since the left most column should have at most height of one block, the only possible number would be 1. When viewed at the side, the left most column has the maximum height of 3 blocks, meaning the block next to the block with height 1 that we just identified should have the height of three blocks. The last blocks have the height of one block. Therefore, the minimum number of the blocks that we can use to make the object is 6.

Answer: (C)

5.

1			
		2	
	3		
	1		4

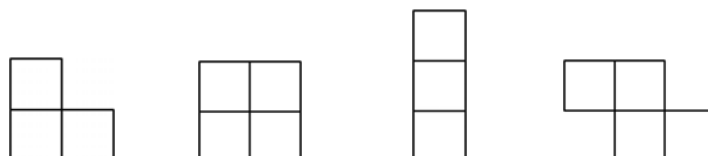
Let's first look at the second row. The first cell cannot have 1; second cell cannot have 1 or 3; third cell has 2 in it already. Therefore, in the second row, the only cell that can have 1 is the fourth cell.

Next, let's look at the fourth column. In the second cell we have 1 (as identified just above), and in the fourth cell we have 4. The remaining numbers to fit in are 2 and 3; however, third cell cannot have 3 as its number. Therefore, the only possible cell for 3 to be in is the first cell of the fourth column.

Thus, the number in the shaded cell is 3.

Answer: (C)

6.

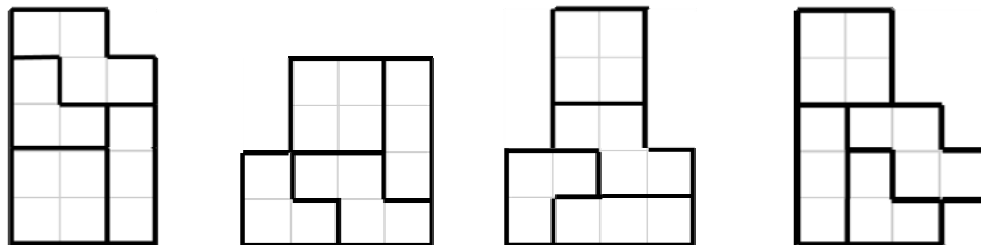


When solving problems like this, one should be aware of the number of the squares and the shape.

In this problem, each piece adds up to total 14 squares, and all the answer choices provided also have 14 squares each.

Next, let's look at the characteristics of each piece and check whether each shape can be made.

Among given five choice, four can be made with given pieces as shown below:



However, we are unable to make shape (A).

Answer: (A)

7.

$$\begin{array}{r} AA \\ + B \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} AA \\ \times B \\ \hline 132 \end{array}$$

In this problem, two equations are given, meaning that more hints are given.

First, let's look at the addition equation; because it is the addition of two-digit number and one-digit number, A can only be 1 or 2. Testing each case, we are able to find that $A = 2, B = 6$.

Or we can use the multiplication equation to get values for A and B . Since $AA = 11 \times A$, we know that $AA \times B = 11 \times A \times B = 132$. Thus, $A \times B = 12$. In this case, possible pairs for A and B are: $(A, B) = (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$. Among these pairs, the only pair that satisfies the given addition equation is $(A, B) = (2, 6)$.

Therefore, $A + B = 8$.

Answer: (E)

8. This problem can be easily solved when understood accurately. The first sentence stated that letters A, B, C, D each represents different number among 1, 3, 5, and 7. Then the problem mentioned that the series of letters $CBEDA$ represents 51837. There are two main approaches to the answer. First, since the letter E cannot represent any number of 1, 3, 5, and 7, (because A, B, C, D already represent 1, 3, 5, 7), we can find that the only number that is not included in 1, 3, 5, 7 is 8. The second method is to compare the series of letters and numbers directly and find out corresponding number for each letter. Then we would get the following result: $C = 5, B = 1, E = 8, D = 3, A = 7$.

Answer: (C)

9. This problem can be approached with two different methods.

1) Let's represent each number in following ways:

$$AB = 10 \times A + B$$

$$BA = 10 \times B + A$$

Then the equation given in the problem, $AB - BA = 18$, will be able to be expanded into $(10 \times A + B) - (10 \times B + A) = 9 \times A + 9 \times B = 9(A - B)$. Since $9(A - B) = 18$, we can conclude that $A - B = 2$.

2) $AB - BA = 18$ means that AB is bigger than BA . Therefore, we can know that A is greater than B . Then, when subtracting the last digits, just calculating $B - A$ would result in negative number, and therefore would have borrowed 1 from the ten's digits. Therefore, although the calculation of $A - B$ in the ten's digits resulted in 1, since it would have spent 1 for the calculation of last digits, we would be able to find that $A - B = 2$.

Therefore, in both approaches, $A - B = 2$.

Answer: (D)

10.

$$\begin{array}{r} \text{ABA} \\ + \text{CDC} \\ \hline 6\text{CB} \end{array}$$

First thing to notice is that the calculation of first digits and the third digits are the same ($A + C$). However, B cannot be 6; therefore, $A + C = B = 5$ and 1 was added in the hundred's digit because of the ten's digits' addition was over 10.

Then we are able to find that $B + D = 5 + D > 10$. Among the given choices, when $D = 4$, the sum of B and D results in 9, which is less than 10. Thus, D cannot be 4.

Answer: (A)

11.

$$\begin{array}{r} \text{ONE} \\ + \text{FOUR} \\ \hline \text{FIVE} \end{array}$$

First thing to note is the calculation of last digits: $E + R$ resulted in E . Therefore, we are able to identify that $R = 0$. Then, let's look at the addition of hundred's digits. It was given that $O = 2$, so I can be 4 or 5.

i. $I = 4$

When I is 4, there should be no 'carrying' from the ten's digits.

There are no numbers that satisfies $N + U = V$ in the remaining numbers which are 3, 5, 6, and 7.

Therefore, I cannot be 4.

ii. $I = 5$

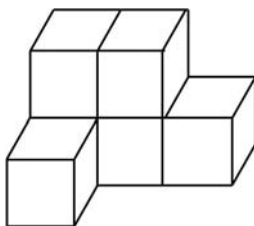
For I to be 5, there should be 'carrying' from the ten's digits.

Among the remaining numbers 3, 4, 6, 7, the numbers that satisfy $N + U = 10 + V$ are $6 + 7 = 13$.

We cannot determine exact numbers for N or V , but we can identify that $V = 3$.

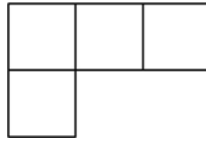
Answer: (C)

12.



The problem asks us for the top-view of the object. When the object is viewed from above, the height would not matter; any place with at least one block placed would be shown.

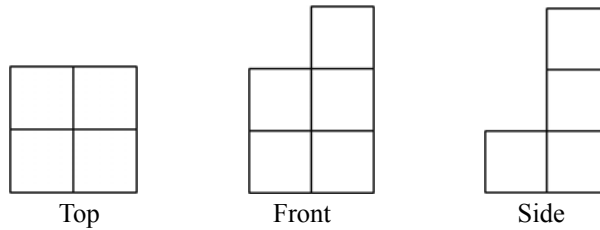
Therefore, the top-view would look like following:



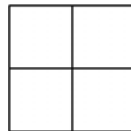
*The shape of the object viewed from above is equal to the shape of the lowest layer of the object.

Answer: (B)

13.



In this problem, we will mark the heights of each block in the top-view of the object.



First, let's look at the shape of the side-view. Since the left column has the maximum height of 1, the blocks in the lower row (in the top-view) would both have height of 1.

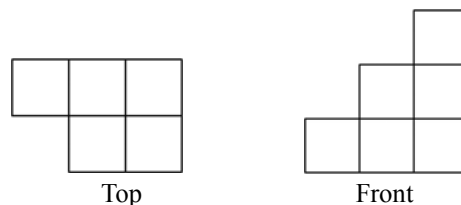
Then if we look at the front-view of the object, the maximum heights for two columns are 2 and 3. Therefore, we can guess the heights as shown below:

2	3
1	1

Therefore, total number of blocks used is $2 + 3 + 1 + 1 = 7$.

Answer: (D)

14.

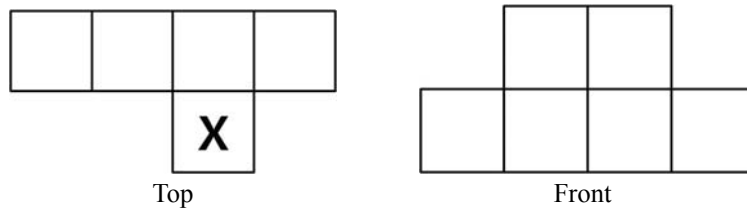


When we look at the top-view of the object, we can see that the width of the object is two-blocks. Also, when we look at the front-view of the object, we can see that the height of the left-most block is 1, and the maximum height of the block in shape should be 3.

However, in choice (A) the maximum height is 2, not 3. Therefore, the (A) cannot be the side-view of the object.

Answer: (A)

15.

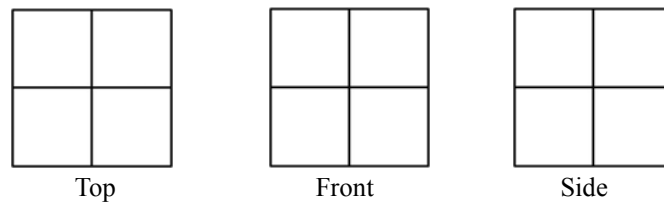


Let's look at the front-view of the object.

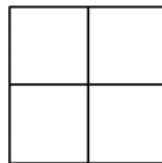
The stack with X on will be placed at the column second from the right in the front-view shape. We can see that the maximum height can be two blocks. Therefore, the stack with X on it can have the height of 1 or 2. Among the given choices, only number that is less than or equal to 2 is (A).

Answer: (A)

16.



Let's place top-view as the base and write the heights of the each block.



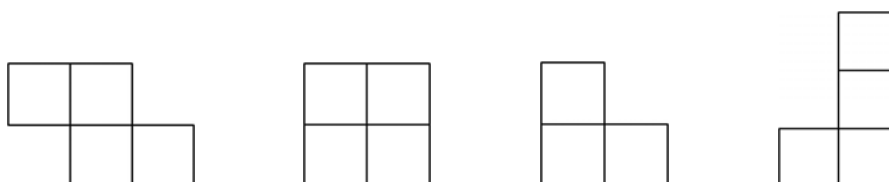
As shown in the front and side view of the object, the maximum height for each row and column should be 2. Since we are looking for the minimum number of blocks that can be used to form the object, we can determine the heights as shown below:

2	1
1	2

Therefore, total number of needed blocks is $2 + 1 + 2 + 1 = 6$.

Answer: (E)

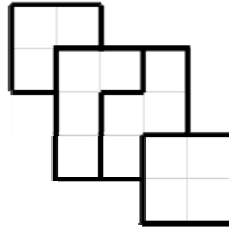
17.



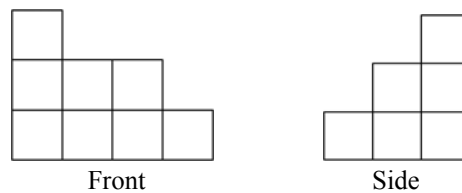
Let's calculate the number of total squares used in all pieces: $4 + 4 + 3 + 4 = 15$. Therefore, the resulting shape should be consisted of 15 squares. The shape in choice (D) is consisted of 14 squares, so we can eliminate choice (D).

Then, among remaining choices, we can find that the pieces can be combined to make the shape of choice (C).

Answer: (C)



18.



Let's consider the top-view of the object.

When we look at the front and side views, we can identify the length and width as 4 and 3 blocks. As shown in front view, first column has maximum height of three, second and third column have maximum height of two, and fourth column has maximum height of one. Therefore, every block in fourth column would have the height of one.

Next, through the side-view, we can see that the lowest row (when seen from top view) would have the height of one block. Second row can have maximum two blocks as height, and third row can have maximum of three blocks as the height.

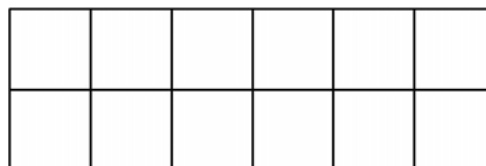
Based on these, we can identify the object as shown below:

3	2	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

Therefore, number of maximum blocks that can be used is $3 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 19$.

Answer: (E)

19.

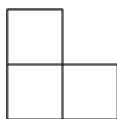


The problem asks for the case in which the shape of the given choice alone cannot completely fill the given piece above. First, let's count the total number of given piece: it is consisted of 12 squares. Next, the shape of the given piece is a rectangle without any protruding parts.

If we look at the given choices, we can see that (B) cannot be used to completely fill the shape.

Answer: (B)

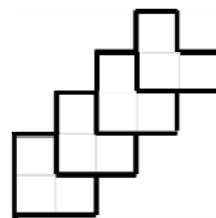
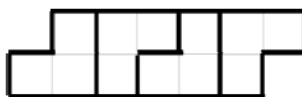
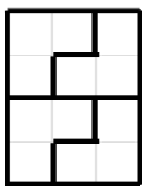
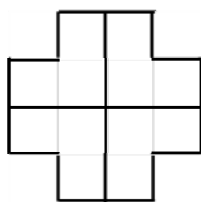
20.



The problem asks for the shape that cannot be made by only using the given piece.

If we try to fill each shape with the given piece, we are able to find the one that cannot be made.

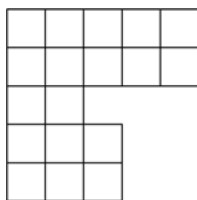
Choices (A), (B), (C) and (D) can be filled completely as shown below:



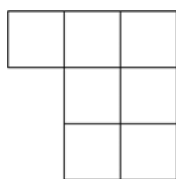
Choice (E) cannot be completely filled.

Answer: (E)

21.



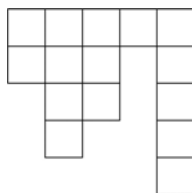
We are to find a shape that combines with the given shape to form a complete 5×5 square. If we think of the shape that can be obtained by subtracting the given shape from 5×5 square, we can come up with the shape.



Therefore, we can now look for the pair of pieces that can be combined to form this shape.

Answer: (A)

22.



The problem asks for the shape that can be combined with the shape above to form a complete square. Therefore, we should examine the shapes given in choices and see if that shape fits the given piece.

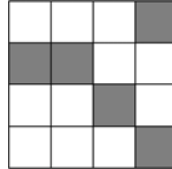
First, in the given shape, the longest length and width are both 5. Therefore, the resulting square would have

side greater than 5.

If we are to guess the square to have side of 5, needed blocks in each column are 3, 1, 2, and 4. The choice that satisfies the condition is (A), which can be combined to make 5×5 square.

Answer: (A)

23.



The problem asks for the group of shapes that can be combined to make the pattern shown above.

First thing to examine is the number of shaded squares. In the given pattern, there are 5 shaded squares, so we can eliminate choice (C) and (E) which have 6 shaded squares.

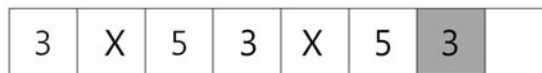
Among remaining choices, we can identify (A) as the group of pieces that can result in the given pattern.

Answer: (A)

24.



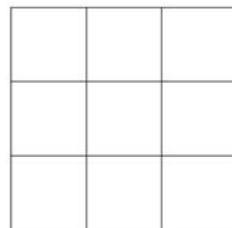
Let the number between 3 and 5 be X . Then, the sum of numbers in three consecutive squares would be $3 + 5 + X = 8 + X$. If we fill remaining squares according to the calculated sum, we get the following:



Therefore, the number that will be in the shaded square is 3.

Answer: (B)

25.



This problem makes use of the 3×3 'magic square'. 'Magic square' is filled with numbers so that each row and column has numbers that add up to the same sum. In this case, we also have to make the diagonals to have the numbers with the same sum. In order to satisfy these rules, the middle number has to be in the center square. Therefore, the middle number which is 9 goes in the center square.

Ex)

3	13	11
17	9	1
7	5	15

Answer: (D)

26.

1	3		7
2	5	10	17
4			36
6	15		70

In this problem, the most important thing is to find the rules between the numbers.

When we look at the numbers, we can easily find that except for the squares in the outer most squares, a number is an addition of numbers that are on top and left.

Therefore, we can fill in the squares as shown below.

1	3		7
2	5	10	17
4	9	19	36
6	15		70

Therefore, the number in the shaded square should be 19..

Answer: (C)

27.

	1	
2		
		3

In this problem, 1, 2, and 3 can go into each row and column only once. So the center square cannot have 2 (which is on the same row) and 1 (which is on the same column). Therefore, the only number that can go into the center square is 3.

Answer: (C)

28.

1		9
3	8	5
	4	16

5	17	
9		13
27	11	35

In this problem, it is important to find the rules between the numbers in two different squares. If we compare the numbers that are on the same location in each square, $(1 \rightarrow 5, 3 \rightarrow 9, 4 \rightarrow 11, 16 \rightarrow 35, 5 \rightarrow 13)$ we can see that $(\text{number in the second square}) = (\text{number in the first square}) \times 2 + 3$. Therefore, the number in the shaded square should be $8 \times 2 + 3 = 19$.

Answer: (D)

이 책을 활용하는 방법

위 책의 단원들은 개념별로 나뉘어져 있으며, 각 단원에는 개념을 설명하는 부분과 연습 문제로 구성되어 있습니다. 개념 설명을 먼저 읽으면서 내용을 이해하고 예제를 풀어보며 익히시기 바랍니다. (생략된 예제들은 실제 AMC8 기출문제들입니다.) 그 뒤, 단원 맨 끝에 있는 연습 문제를 풀어보시기를 바랍니다. 연습 문제들은 실제 기출문제들이 아닌, 작자들이 해당 내용을 이용하여 만든 문제들이며 난이도는 대체로 AMC8 수준이지만 AMC8에서 요구하는 수준보다 더 높은 실력을 필요로 하는 문제들도 같이 수록되어 있습니다. 이런 어려운 문제들의 경우 다 풀지는 못하셔도 해설을 보고 이해하신다면 AMC8에서 좋은 성과를 거두실 수 있을 것이라 믿어 의심치 않습니다. 중간에는 실제 출제 개념하고는 별도로 AMC8을 보기 전 알아두면 좋은 내용들을 따로 정리해 놓은 [문제 해석하기] 부분이 있으며, 책의 뒤쪽에는 앞의 연습문제들을 영어로 번역해놓은 [연습 문제 영어 번역] 부분과 [답과 해설 영어 번역] 부분이 있습니다. 유용하게 사용하시길 바랍니다.

이 책에 수록된 문제들은 한국영재교육평가원 (kgsea.org) 자료실에서 무료로 다운받으실 수 있습니다.